

高二数学考试

注意事项:

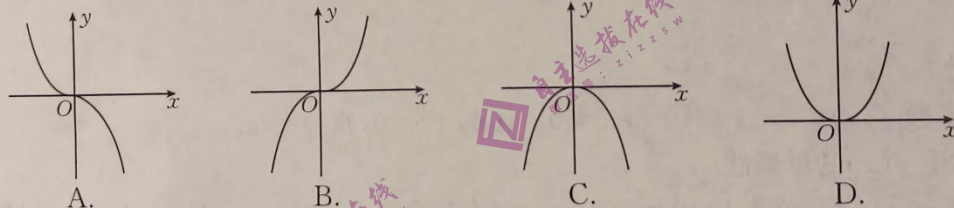
1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

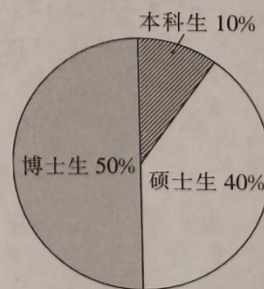
1. 已知集合 $A = \{x | 2 - x < 1\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 15 < 0\}$, 则 $A \cap B =$
- A. (1, 5) B. (1, 3) C. (-5, 1) D. (-3, 1)

2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 复数 $(a - 2i)(3 + i)$ 是实数, 则 $a =$
- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. 6 D. -6

3. 函数 $f(x) = x^2 \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$ 的部分图象大致为



4. 某高校现有 400 名教师, 他们的学历情况如图所示, 由于该高校今年学生人数急剧增长, 所以今年计划招聘一批新教师, 其中博士生 80 名, 硕士生若干名, 不再招聘本科生, 且使得招聘后硕士生的比例下降了 4%, 招聘后全校教师举行植树活动, 树苗共 1500 棵, 若树苗均按学历的比例进行分配, 则该高校本科生教师共分得树苗的棵数为



- A. 100 B. 120
C. 200 D. 240
5. 设 $0 < x < \frac{\pi}{2}$, 则“ $x \cos x < 1$ ”是“ $x < 1$ ”的
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 若 $a = \log_3 0.3$, $b = \sin \frac{3\pi}{5}$, $c = 5^{0.1}$, 则
- A. $b < a < c$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $a < c < b$

7. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的顶点都在球 O 的球面上, 若正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧面积为 6, 底面积为 $\sqrt{3}$, 则球 O 的表面积为

A. $\frac{19\pi}{3}$

B. $\frac{7\pi}{3}$

C. 2π

D. 7π

8. 弘扬国学经典, 传承中华文化, 国学乃我中华民族五千年留下的智慧精髓, 其中“五经”是国学经典著作, “五经”指《诗经》《尚书》《礼记》《周易》《春秋》. 小明准备学习“五经”, 现安排连续四天进行学习且每天学习一种, 每天学习的书都不一样, 其中《诗经》与《礼记》不能安排在相邻两天学习, 《周易》不能安排在第一天学习, 则不同安排的方式有

A. 32 种

B. 48 种

C. 56 种

D. 68 种

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知直线 $l: 4x+3y+6=0$ 与圆 $C: (x-1)^2+y^2=9$ 相交于 E, F 两点, 则

A. 圆心 C 到直线 l 的距离为 1

B. 圆心 C 到直线 l 的距离为 2

C. $|EF|=\sqrt{5}$

D. $|EF|=2\sqrt{5}$

10. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{6})$, 下列说法正确的是

A. $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$

B. $f(x)$ 的极值点为 $x=\frac{\pi}{3}+\frac{k\pi}{2}(k\in\mathbb{Z})$

C. $f(x)$ 的图象可由函数 $y=\frac{1}{2}\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

D. 若 $f(x_1)=f(x_2)$, 则 $x_1=x_2+k\pi(k\in\mathbb{Z})$

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的右焦点 $F_2(\sqrt{3}, 0)$ 到渐近线的距离为 1, P 为 C 上一点, 下列说法正确的是

A. C 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

B. $|PF_2|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 若 A, B 为 C 的左、右顶点, P 与 A, B 不重合, 则直线 PA, PB 的斜率之积为 $\frac{1}{2}$

D. 设 C 的左焦点为 F_1 , 若 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\angle F_1PF_2=\frac{2\pi}{3}$

12. 已知函数 $f(x)=e^{x-1}-x$, 若 $\forall x\in(0, +\infty), f(x)\geq a(x^2-x-x\ln x)$, 则实数 a 的取值可能为

A. 2

B. $-e$

C. $\frac{1}{2}$

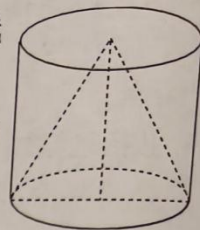
D. 1

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $a=(1, 2), b=(1-m, 2m-4)$, 若 $a\parallel b$, 则 $m=$ ▲

14. 已知 $\sin(\alpha - \frac{\pi}{3}) = \frac{2}{3}$, 则 $\cos(2\alpha + \frac{\pi}{3}) =$ ▲.

15. 如图, 某圆柱与圆锥共底等高, 圆柱侧面的展开图恰好为正方形, 则圆柱母线与圆锥母线所成角的正切值为 ▲.



16. 已知抛物线 $C: x^2 = 16y$ 的焦点为 F , 直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 AB 的中点到 x 轴的距离为 6, 则 $|AB|$ 的最大值为 ▲.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, 且 $3a_3$ 是 a_4 和 a_5 的等差中项.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_n > 0, b_n = \frac{na_n}{3}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c .

(1) 若 $a = 10, c = 3, \tan B = \frac{3}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 若 $a^2 = b(b+c)$, 证明: $A = 2B$.

19. (12 分)

某单位准备从 8 名报名者 (其中男性 5 人, 女性 3 人) 中选 4 人参加 4 个副主任职位竞选.

(1) 设所选 4 人中女性人数为 X , 求 X 的分布列与数学期望;

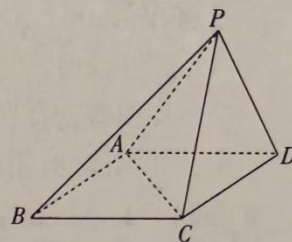
(2) 若选出的 4 名副主任分配到 A, B, C, D 这 4 个科室上任, 一个科室分配 1 名副主任, 且每名副主任只能到一个科室, 求 A 科室任职的是女性的情况下, B 科室任职的是男性的概率.

20. (12 分)

如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 2 的菱形, $\triangle PAD$ 为等边三角形.

(1) 若 $PC \perp AD$, 证明: $AC = CD$.

(2) 若 $PC = 3, AC = 2$, 求平面 PAB 与平面 PAD 夹角的余弦值.



21. (12 分)

已知 $A(-2, 0)$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点, 过点 $D(1, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 交于 P, Q 两点 (异于点 A), 当直线 l 的斜率不存在时, $|PQ| = 3$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 求 $\triangle APQ$ 面积的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx (a \neq 0)$, 且 $6a + b = 0, f(1) = 4a$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $x \in [0, 3]$, 函数 $F(x) = f(x) - xe^{-x}$ 有三个零点 x_1, x_2, x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 试比较 $x_1 + x_2 + x_3$ 与 2 的大小, 并说明理由.