秘密★启用前

自贡市普高2023届第三次诊断性考试
数学试题（理工类）

本试卷共6页，23题（含选考题）.全卷满分150分.考试时间120分钟.

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 选考题的作答：先把所选题目的题号在答题卡上指定的位置用2B铅笔涂黑，答案写在答题卡上对应的答题区域内，写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的.

1. 若复数z满足$(z-1)(1+\mathrm{i})=2-2\mathrm{i}$，则$|z|=$(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 5

2. 已知集合$A=\{x\mid(x+1)(x-2)=0\}$，集合$B=\{x\in R\mid(2x-1)^2\le 9\}$，则$A\cup B=$(　　)

A. $\{-1,2\}$　　B. $[1,2]$　　C. $[-1,2]$

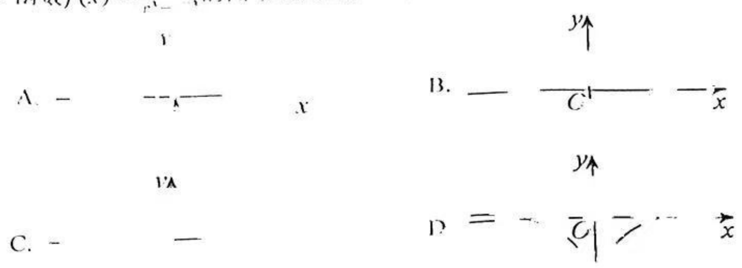
3. 已知x,y满足不等式组 $x+y\ge 2$，则$z=2x+y$的最小值为(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 从5名候选人中选派出3人参加A,B,C活动，且每项活动有且仅有1人参加，5名候选人中甲、乙两人不能同时参加活动，则不同的选派方案有(　　)

A. 24种　　B. 36种　　C. 42种　　D. 48种

5. 函数$f(x)=\frac{x\ln|x|}{[illegible]}$的图象大致是(　　)

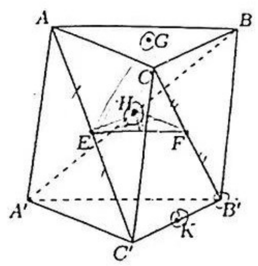


6. 等比数列$\{a_n\}$公比为$q(q\neq 1)$，若$T_n=a_1a_2a_3\ldots a_n(n\in N^*)$，则"数列$\{T_n\}$为递增数列"是"$a_1>0$且$q>1$"的(　　)

A. 充要条件　　　　B. 充分不必要条件

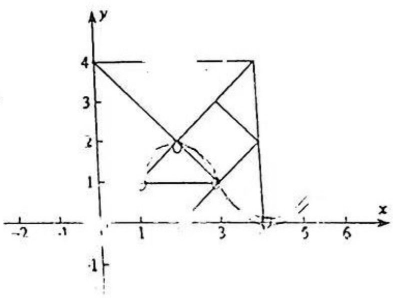
C. 必要不充分条件　　　　D. 既不充分又不必要条件

7. 如图，在三棱柱$ABC-A'B'C'$中，点E、F、H、K分别为AC'、CB'、$A'B$、$B'C'$的中点，G为ΔABC的重心，从K、H、G、B'中取一点作为P使得该棱柱恰有2条棱与平面PEF平行，则P为(　　)



A. K　　B. H　　C. B'　　D. G

8. 七巧板是一种古老的中国传统智力玩具.如图，边长为4的七巧板左下角为坐标原点，其中十个顶点的横、纵坐标均为整数.函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$的图象最多能经过(　　)个顶点。



A. 3　　B. 5　　C. 7　　D. 9

9. 等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，公差为d，若$S_{10}<0,S_{11}>0$，则下列四个命题正确个数为(　　)

①S_5为S_n的最小值　　②$a_6>0$　　③$a_1<0,d>0$　　④S_6为S_n的最小值

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10. 已知 F 为抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点，O 为坐标原点，过点 F 且斜率为 1 的直线 l 交抛物线 C 于 A、B 两点，则直线 OA、OB 的斜率之和为(　　)

A. 2　　B. $-2P$　　C. -4　　D. $-4P$

11. 设函数 $f(x)=\dfrac{3^{x-2}+3^{-x+2}}{m}+x^2-4x$ 有唯一的零点，则实数 m 为(　　)

A. 2　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. 3　　D. $\dfrac{1}{3}$

12. 已知 $a=0.2e^{0.2}, b=\sin 0.2, c=\ln 1.2$，则(　　)

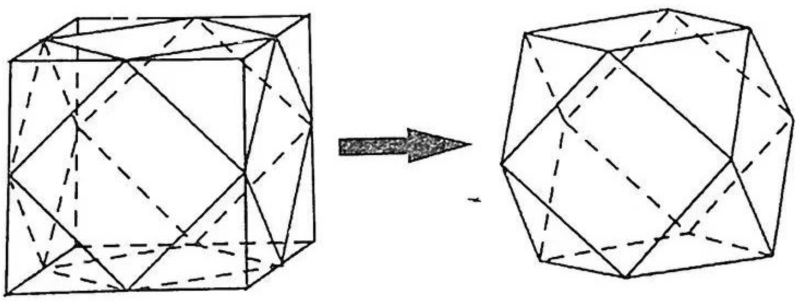
A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $a>c>b$

二、填空题：**本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．**

13. 已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 是不平行的两个单位向量，则 $\vec{a}+\vec{b}$ 与 $\vec{a}-\vec{b}$ 的夹角为________.

14. 在二项式 $\left(x-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^7$ 的展开式中，含 x^4 的项的系数是________.（用数字作答）

15. 半正多面体亦称“阿基米德体”，是以边数不全相同的正多边形为面的多面体.如图，将正方体沿交于一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，如此共可截去八个三棱锥，得到一个有十四个面的半正多面体，它的各棱长都相等，其中八个面为正三角形，六个面为正方形，称这样的半正多面体为二十四等边体.若该二十四等边体的体积为 $\dfrac{20}{3}$，则原正方体的外接球的表面积为________.



16. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，过 F_1 作 C 的一条渐近线的垂线，垂足为 A，与另一条渐近线交于 B 点，则 $\triangle AOB$ 的内切圆 M 的方程____________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：（本大题共 5 小题，每小题 12 分，共 60 分）

17.（本小题满分 12 分）

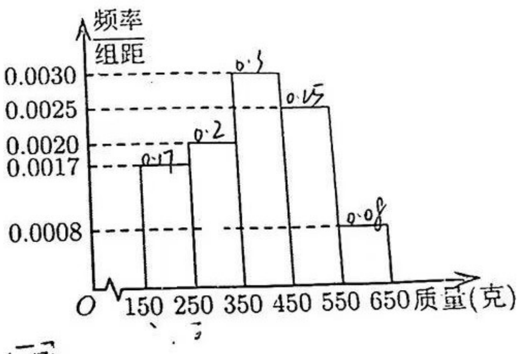
$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $\cos(B-\frac{\pi}{3})=$ [illegible]．

（1）求 A；

（2）若 BC 上的高 $AD=\frac{\sqrt{3}}{4}a$，求 $\tan B\tan C$．

18.（本小题满分 12 分）

九洪的西瓜脆甜爽口，汁多肉厚，在川南地区久负盛名，其实在九洪还有一种香瓜也非常好吃，由于个小产量也少，往往供不应求，所以不被大家熟悉.九洪某种植园在香瓜成熟时，随机从一些香瓜藤上摘下 100 个香瓜，称得其质量分别在 $[150,250),[250,350),[350,450),[450,550)$，$[550,650)$（单位：克）中，经统计绘制频率分布直方图如图所示：



（1）估计这组数据的平均数；387

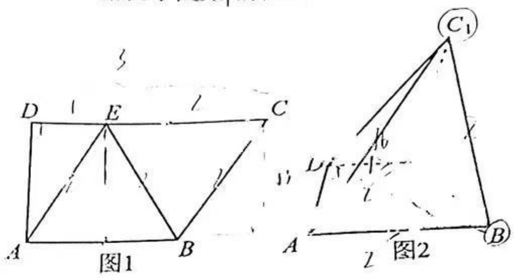
（2）在样本中，按分层抽样从质量在 $[250,350),[350,450)$ 中的香瓜中随机抽取 5 个，再从这 5 个中随机抽取 2 个，记这 2 个香瓜~~都来自~~质量在 $[350,450)$ 内的个数为 X,求 X 分布列和期望；

（3）某个体经销商来收购香瓜，同一组中的数据以这组数据所在区间的中点值作代表，用样本估计总体，该种植园中大概共有香瓜 20000 个，经销商提出以下两种收购方案：

方案①：所有香瓜以 10 元/千克收购；方案②：对质量低于 350 克的香瓜以 3 元/个收购，对质量高于或等于 350 克的香瓜以 5 元/个收购.请通过计算确定种植园选择哪种方案获利更多？

19.（本小题满分 12 分）

图 1 是直角梯形 $ABCD$，$AB \parallel CD$，$\angle D=90^\circ$，$AB=2$，$DC=3$，$AD=\sqrt{3}$，$\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{ED}$，以 BE 为折痕将 $\triangle BCE$ 折起，使点 C 到达 C_1 的位置，且 $AC_1=\sqrt{6}$，如图 2.



（1）证明：平面 $BC_1E \perp$ 平面 $ABED$；

（2）求二面角 $B-C_1D-E$ 大小的余弦值.

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+x+2$（e 为自然对数底数）

（1）判断 $x\in[0,\infty)$，$f(x)$ 的单调性并说明理由；

（2）证明：对 $\forall n\in N^*, \ln\sqrt{n+1} > \frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{2n+1}$.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，设 $A(\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{1}{2}),B(-\frac{\sqrt{6}}{2},\frac{1}{2})$，$P(0,2)$，其中 A,B 两点在椭圆 C 上.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过点 P 的直线交 C 于 M,N 两点（M 在线段 AB 上方），在 AN 上取一点 H，连接 MH 交线段 AB 于 T，若 T 为 MH 的中点，判断直线 MH 的斜率是否为定值？若是定值求出其值，若不是请说明理由.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22. 在直角坐标系 xoy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=3\cos\varphi \\ y=3\sin\varphi+3 \end{cases}$（$\varphi$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{3})=2$.

（1）写出 C_1 的极坐标方程和 C_2 的普通方程；

（2）设射线 $OP:\theta=\frac{5\pi}{6}$ 与 C_1,C_2 的交点分别为 M,N，求 $|MN|$ 的值.

23. 已知函数 $f(x)=|ax+1|-|x-2|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若 $x\in(-1,1)$ 时，不等式 $f(x)<x$ 恒成立，求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。