

江西省上饶市六校 2023 届高三第二次联考 数学（理科）试题

考试时间：120 分钟 满分：150 分

命题学校：上饶市二中 命题人：沈国锋 袁小雪

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求。

- 已知集合 $A = \{x | \log_2 x < 1\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $(-1, 1)$ B. $(-1, 2)$ C. $(0, 1)$ D. $(0, 2)$
- 复数 z 满足: $z(1+i) = |1-i|$, 则复数 z 的实部是 ()
A. -1 B. 1 C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 向量 $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-3, 4)$, $\vec{c} = (3a-1, 1-2a)$, 若 $(\vec{c} + 2\vec{b}) \perp \vec{a}$, 则实数 a 等于 ()
A. 1 B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{7}{4}$ D. 2
- 已知定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = f(x-6)$, 且当 $0 \leq x \leq 3$ 时,
$$f(x) = \begin{cases} a + \log_{0.5}(x+1), & 0 \leq x \leq 1 \\ x(x-2), & 1 < x \leq 3 \end{cases} \quad (a \text{ 为常数}),$$
 则 $f(2022) + f(2024)$ 的值为 ()
A. -2 B. -1 C. 0 D. 1
- 设 S_n 为正项等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积, 若 $\{a_n\}$ 的公比 $q = \sqrt{2}$, $a_4 a_6 = 4$, 则 $S_9 =$ ()
A. $16\sqrt{2}$ B. 32 C. $64\sqrt{2}$ D. 512
- 设 $\left(2x^2 - \frac{17}{x}\right)^{10} = a_0 x^{n_0} + a_1 x^{n_1} + a_2 x^{n_2} + \cdots + a_6 x^{n_6}$, 则 $n_0 + n_1 + n_2 + \cdots + n_6 =$ ()
A. 156 B. 78 C. 64 D. 21
- 已知 $a+b-7=0$, $c+d-5=0$, 则 $\sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$ 的最小值等于 ()
A. $\sqrt{3}$ B. 6 C. $4\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

8. 设 $a = \log_{2022} \sqrt{2023}$, $b = \ln \sqrt{2}$, $c = 2023^{\frac{1}{2022}}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

9. 某学校组织学生开展研学旅行, 准备从 4 个甲省景区, 3 个乙省景区, 2 个丙省景区中任选 4 个景区进行研学旅行, 则所选的 4 个景区中甲、乙、丙三个省的景区都有的概率是 ()

- A. $\frac{6}{25}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{2}{5}$

10. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 且 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \pi\right)$ 上有 3 个零点, 则 ω 的值为 ()

- A. 3 或 9 B. 4 或 10 C. 3 D. 4

11. 在半径为 $\sqrt{3}$ 的球内放入大小相等的 4 个小球, 则小球半径 r 的最大值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6} - \sqrt{3}$

12. 已知函数 $f(x) = xe^x$, $g(x) = 2x \ln x$, 若 $f(x_1) = g(x_2) = t$, $t > 0$, 则 $\frac{\ln t}{x_1 x_2}$ 的最大值为 ();

- A. $\frac{1}{e^2}$ B. $\frac{4}{e^2}$ C. $\frac{1}{e}$ D. $\frac{2}{e}$

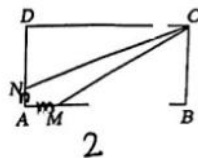
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 由曲线 $y = \sqrt{x} + 2$, 直线 $y = x$ 及 y 轴所围成的图形的面积为_____.

14. 直线 $2x \cdot \sin \theta + y = 0$ 被圆 $x^2 + y^2 - 2\sqrt{5}y + 2 = 0$ 截得最大弦长为_____.

15. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{12} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线的夹角 (锐角或直角) 为 α , 且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, 双曲线的离心率等于_____.

16. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 2, AD = 1$, M, N 分别是边 AB, AD 上的点, 设 $AM = m, AN = n$, 且 $(m-1)(n-1) = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \angle MCN$ 的最大值为_____.



三、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分

17. (本小题满分 12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $a(\sin A + \sin B) = 2b \sin B$ 。

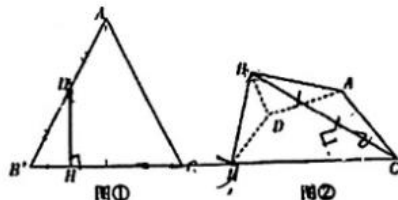
(1) 证明： $A = B$ ；

(2) 记线段 AB 上靠近点 B 的三等分点为 D ，若 $CD = \sqrt{17}$ ， $b = 5$ ，求 c 。

18. (本小题满分 12 分) 如图①，已知 $\triangle AB'C$ 是边长为 2 的等边三角形， D 是 AB' 的中点， $DH \perp B'C$ ，如图②，将 $\triangle B'DH$ 沿边 DH 翻折至 $\triangle BDH$ 。

(1) 在线段 BC 上是否存在点 F ，使得 $AF \parallel$ 平面 BDH ？

若存在，求 $\frac{BF}{FC}$ 的值；若不存在，请说明理由；



(2) 若平面 BHC 与平面 BDA 所成的二面角的余弦值为 $\frac{1}{3}$ ，求三棱锥 $B-DCH$ 的体积。

19. (本小题满分 12 分) 某电子产品生产商经理从众多平板电脑中随机抽取 6 台，检测它们充满电后的工作时长（单位：分钟），相关数据如下表所示。

平板电脑序号	1	2	3	4	5	6
工作时长/分	220	180	210	220	200	230

(1) 从被抽中的 6 台平板电脑中随机抽出 2 台，设抽出的 2 台平板电脑充满电后工作时长小于 210 分钟的台数为 X ，求随机变量 X 的分布列及数学期望；

(2) 下表是一台平板电脑的使用次数与当次充满电后工作时长的相关数据，求该平板电脑工作时长 y 与使用次数 x 之间的回归直线方程，并估计该平板电脑使用第 200 次时充满电后的工作时长。

使用次数 x /次	20	40	60	80	100	120	140
工作时长 y /分	210	206	202	196	191	188	186

$$\text{附: } \hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}, \quad \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长半轴长为 $\sqrt{3}$, 且过点 $(0, 1)$. 抛物线 $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$, 点 P 是椭圆 C_1 上的动点, 点 Q 是抛物线 C_2 准线上的动点.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 已知 $OP \perp OQ$ (O 为坐标原点), 且点 O 到直线 PQ 的距离为常数, 求 P 的值.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = 6\log_a x - 24\ln x + 4x^3 - 9x^2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

(1) 若 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 为增函数, 求实数 a 的取值范围

(2) 当 $a = e$ 时, 设 $F(x) = f(x) - 4x^3 + 9x$, 且 $F(m) + F(n) = 0$, 求证: $m+n \geq 2$.

(二) 选考题: 共 10 分

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极点,

x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho \cos \theta = 3$.

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 曲线 C_1 与 C_2 相交于 A, B 两点, 求 $|OA| \cdot |OB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x-1|$. (1) 解不等式 $f(x) + f(x+4) \geq 8$;

(2) 若 $|a| < 1, |b| < 1, a \neq 0$, 求证: $f(ab) > |a|f\left(\frac{b}{a}\right)$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线