石家庄市2023届高中毕业年级教学质量检测(三)

数　学

(时间120分钟，满分150分)

注意事项：

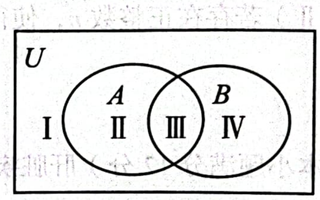
1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题的答案后，用2B铅笔把答题卡上的对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3.在答题卡上与题号相对应的答题区域内答题，写在试卷、草稿纸上或答题卡非题号对应的答题区域的答案一律无效。不得用规定以外的笔和纸答题，不得在答题卡上做任何标记。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．如图，集合 A、B 均为 U 的子集，$(\complement_U A)\cap B$ 表示的区域为（　　）



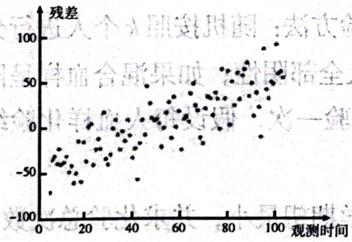
A．Ⅰ　　B．Ⅱ　　C．Ⅲ　　D．Ⅳ

2．已知函数 $f(x)$ 同时满足性质：① $f(-x)=-f(x)$；②对于 $\forall x_1,x_2\in(0,1)$，$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$，则函数 $f(x)$ 可能是（　　）

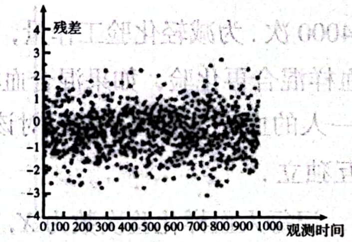
A．$f(x)=\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$　　B．$f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$　　C．$f(x)=\sin 4x$　　D．$f(x)=x^2$

3．观察下列四幅残差图，满足一元线性回归模型中对随机误差的假定的是（　　）

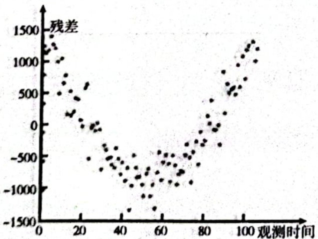
A.



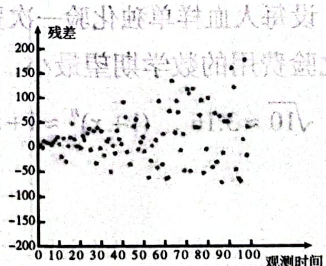
B.



C.



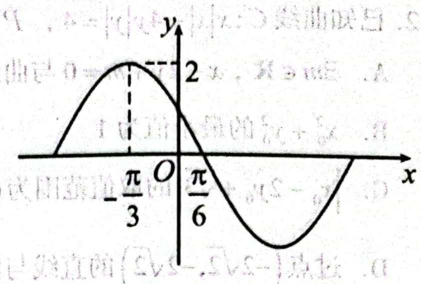
D.



4．18世纪数学家欧拉研究调和级数得到了以下的结果：当 n 很大时，$1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}=\ln n+\gamma$（常数 $\gamma=0.577\cdots$）．利用以上公式，可以估计 $\dfrac{1}{20001}+\dfrac{1}{20002}+\cdots+\dfrac{1}{30000}$ 的值为（　　）

A．$\ln 10^4$　　B．$\ln 3+\ln 2$　　C．$\ln 3-\ln 2$　　D．$\ln 2$

5．已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)$ 图象的一个对称中心是（　　）



A．$\left(\frac{5\pi}{6},0\right)$　　B．$\left(-\frac{2\pi}{3},0\right)$

C．$\left(\frac{8\pi}{3},0\right)$　　D．$\left(-\frac{11\pi}{6},0\right)$

6．已知 m，n 是两条不同的直线，α、β 是两个不同的平面，其中下列命题正确的是（　　）

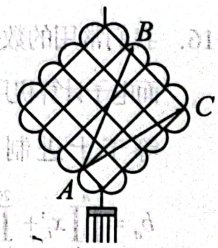
A．若 $m//n$，$n\subset\alpha$，则 $m//\alpha$　　B．若 $m\subset\alpha$，$\alpha\cap\beta=n$，$m\perp n$，则 $m\perp\beta$

C．若 $m\subset\alpha$，$m\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$　　D．若 $\alpha\perp\beta$，$m\perp\alpha$，则 $m//\beta$

7．已知直线 $2x+3y-1=0$ 经过圆 $(x-m)^2+(y-n)^2=1$ 的圆心，其中 $m>0$ 且 $n\in(-1,0)$，则 $\frac{2}{m+2n}-\frac{1}{n}$ 的最小值为（　　）

A．9　　B．$5+2\sqrt{5}$　　C．1　　D．$5+\sqrt{5}$

8．中国结是一种盛传于民间的手工编织工艺品，它原本是旧石器时代的缝衣打结，后推展至汉朝的仪礼记事，再演变成今日的装饰手艺．中国结显示的精致与智慧正是中华民族古老文明中的一个侧面．已知某个中国结的主体部分可近似地视为由一个大正方形（内部是16个边长为2的小正方形）和16个半圆所组成，如图，A、C 是中国结主体部分上的定点，点 B 是16个半圆上的动点，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的最大值为（　　）



A．$66+6\sqrt{17}$　　B．$66+4\sqrt{17}$　　C．$66+2\sqrt{17}$　　D．$18\sqrt{17}$

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9．已知复数 $z_1=1+2\mathrm{i}$，复数 z 满足 $|z-z_1|=2$，则（　　）

A．$z_1\cdot\overline{z_1}=5$　　B．$\sqrt{5}-2<|z|<\sqrt{5}+2$

C．复数 $\overline{z_1}$ 在复平面内所对应的点的坐标是 $(-1,2)$

D．复数 z 在复平面内所对应的点为 $Z(x,y)$，则 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$

10．设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，$x_0(x_0\neq0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点，以下结论一定正确的是（　　）

A．$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)\leq f(x_0)$　　B．$-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极大值点

C．x_0 是 $-f(x)$ 的极小值点　　D．$-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极大值点

11．已知函数 $f(x)$ 图象上的点 (x,y) 都满足 $(x^3-5x+y)^{2023}+x^{2023}=4x-y-x^3$，则下列说法中正确的有（　　）

A．$f(x)=-x^3+4x$

B．若直线 l 与函数 $f(x)$ 的图象有三个交点 A,B,C，且满足 $|AB|=|BC|=\sqrt{10}$，则直线 AC 的斜率为3.

C．若函数 $g(x)=f(x)-ax^2-4x+a(a\neq0)$ 在 $x=x_0$ 处取极小值0，则 $a=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D．存在四个顶点都在函数 $f(x)$ 的图象上的正方形，且这样的正方形有两个.

12. 已知曲线 $C:x|x|-4y|y|=4$，$P\left(x_0,y_0\right)$ 为 C 上一点，则（　　）

A. $\exists m\in\mathbf{R}$，$x-2y+m=0$ 与曲线 C 有四个交点

B. $x_0^2+y_0^2$ 的最小值为 1

C. $\left|x_0-2y_0+\sqrt{3}\right|$ 的取值范围为 $\left(\sqrt{3},2\sqrt{2}+\sqrt{3}\right]$

D. 过点 $\left(-2\sqrt{2},-2\sqrt{2}\right)$ 的直线与曲线 C 有三个交点，则直线的斜率 $k\in\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{4-\sqrt{7}}{2}\right)$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $\left(x^2-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中的常数项为______.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n-1$，数列 $\{b_n\}$ 是以 1 为首项，2 为公比的等比数列，则 $a_{b_1}+a_{b_2}+\cdots+a_{b_9}=$______.

15. 已知正四面体 $A-BCD$ 的棱长为 6，P 是 $\triangle ABC$ 外接圆上的动点，Q 是四面体 $A-BCD$ 内切球球面上的动点，则 $|PQ|$ 的取值范围是______.

16. 我们常用的数是十进制数，如 $1035=1\times10^3+0\times10^2+3\times10^1+5\times10^0$，表示十进制的数要用0~9这10个数字. 而电子计算机用的数是二进制数，只需0和1两个数字，如四位二进制的数 $1001_{(2)}=1\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1\times2^0$，等于十进制的数 9，现有一组十进制表示的数列 $x_1,x_2,\cdots,x_{2023}$，（$x_i\in\mathbf{N}^*,i=1,2,\cdots,2023$），定义 $b_n=\prod\limits_{i=1}^{n}x_i+\prod\limits_{j=n+1}^{2023}x_j$，$n=1,2,\cdots,2022$（$\prod\limits_{k=1}^{m}a_i$ 表示 $a_1,a_2,\cdots,a_m$ 的乘积），若将 $b_1,b_2,\cdots,b_{2022}$ 表示成二进制数，其中有 1011 个数末位是 0，若将 $x_1,x_2\cdots,x_{2023}$ 表示成二进制数，则末位是 0 的数至多有______个.

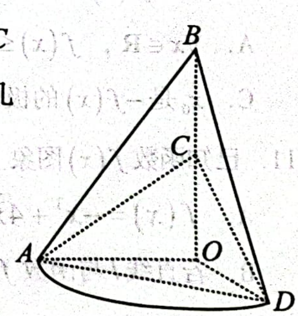
四、解答题：本题共6小题，共70分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）已知 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边长分别是 a,b,c，$\sin A=4\sin C\cos B$，且 $c=2$.

（Ⅰ）证明：$\tan B=3\tan C$；

（Ⅱ）若 $b=2\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 外接圆的面积.

18.（本小题满分 12 分）如图，在 $\triangle AOB$ 中，$\angle AOB=\dfrac{\pi}{2}$，$OB=\sqrt{3}$，$OA=1$，$C$ 为 OB 的中点，将 $\triangle AOB$ 绕 OB 所在的直线逆时针旋转至 $\triangle BOD$ 形成如图所示的几何体 Γ，$\angle AOD=\dfrac{2\pi}{3}$.



（Ⅰ）求几何体 Γ 的体积；

（Ⅱ）求直线 AB 与平面 ACD 所成角的正弦值.

19.（本小题满分 12 分）已知 M,N 为抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上不同两点，O 为坐标原点，$OM\perp ON$，过 O 作 $OH\perp MN$ 于 H，且点 $H(2,2)$.

（Ⅰ）求直线 MN 的方程及抛物线 C 的方程；

（Ⅱ）若直线 l 与直线 MN 关于原点对称，Q 为抛物线 C 上一动点，求 Q 到直线 l 的距离最短时，Q 点的坐标 .

20.（本小题满分 12 分）已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3,a_2+a_3=36$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n，满足 $3S_n+n^2=3nb_n+n,b_1=\dfrac{2}{3}$.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若存在正整数 n，使得 $27b_n^{\ 3}-8Ma_n\geq 0$ 成立，求实数 M 的取值范围 .（$\sqrt[3]{3}\approx 1.4$，$\ln 3\approx 1.1$）

21.（本小题满分 12 分）肝脏疾病是各种原因引起的肝脏损伤，是一种常见的危害性极大的疾病，研究表明有八成以上的肝病，是由乙肝发展而来，身体感染乙肝病毒后，病毒会在体内持续复制，肝细胞修复过程中形成纤维化，最后发展成肝病 . 因感染乙肝病毒后身体初期没有任何症状，因此忽视治疗，等到病情十分严重时，患者才会出现痛感，但已经错过了最佳治疗时机，对乙肝病毒应以积极预防为主，通过接种乙肝疫苗可以预防感染乙肝病毒 . 体检是筛查乙肝病毒携带者最好的方法，国家在《中小学生健康体检管理办法》中规定：中小学校每年组织一次在校学生健康体检 . 现某学校有 4000 名学生，假设携带乙肝病毒的学生占 $m\%$，某体检机构通过抽血的方法筛查乙肝病毒携带者，如果对每个人的血样逐一化验，就需要化验次数 4000 次 . 为减轻化验工作量，统计专家给出了一种化验方法：随机按照 k 个人进行分组，将各组 k 个人的血样混合再化验，如果混合血样呈阴性，说明这 k 个人全部阴性；如果混合血样呈阳性，说明其中至少有一人的血样呈阳性，就需对该组每个人血样再分别化验一次．假设每人血样化验结果呈阴性还是阳性相互独立 .

（Ⅰ）若 $m=0.4$，记每人血样化验次数为 X，当 k 取何值时，X 的数学期望最小，并求化验总次数；

（Ⅱ）若 $m=0.8$，设每人血样单独化验一次费用 5 元，k 个人混合化验一次费用 $k+4$ 元 . 求当 k 取何值时，每人血样化验费用的数学期望最小，并求化验总费用 .

参考数据及公式：$\sqrt{10}\approx 3.16$，$(1+x)^n\approx 1+nx(n\in\mathbf{N}^*,n\geq 2,|x|\leq 0.01)$.

22.（本小题满分 12 分）若定义在区间 I 上的函数 $y=f(x)$，其图象上存在不同两点处的切线相互平行，则称函数 $y=f(x)$ 为区间 I 上的“曲折函数”，现已知函数 $f(x)=2a^2\ln x+x^2\,(a>0)$.

（Ⅰ）证明：$y=f(x)$ 是 $(0,+\infty)$ 上的“曲折函数”；

（Ⅱ）设 $0<x_0<a$，证明：$\exists x_1\in(x_0,a)$，使得对于 $\forall x\in(x_1,a)$，均有 $(a-x_0)f'(x)-f(a)+f(x_0)<0$.