沧州市 2023 届高三年级调研性模拟考试

数学试题

班级________ 姓名________

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、班级和考号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|y=\log_2(x+1)\}$，$B=\{x|x^2-2x-8\geqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A. $[2,+\infty)$ B. $[4,+\infty)$ C. $(-1,4)$ D. $[2,4)$

2. 已知复数 z 满足 $z(a+i)=2+3i$，若复数 z 在复平面上对应的点在第二或第四象限，则实数 a 的取值范围是

A. $\left(-\frac{3}{2},\frac{2}{3}\right)$ B. $\left(-\frac{2}{3},\frac{3}{2}\right)$

C. $\left(-\infty,-\frac{3}{2}\right)\cup\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$ D. $\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

3. 在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB//CD$，$AD=DC=CB=\frac{1}{2}AB$，M，N 分别是 CD，BC 的中点，则 $\overrightarrow{AN}=$

A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}+\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}+\frac{5}{12}\overrightarrow{AB}$ C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}+\frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AB}$

4. 用短语“maths test”中所有的重复字母重新排列，能组成不同排列的个数为

A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

5. 已知函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{3\pi}{4}\right)(\omega>0)$的图象关于 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称，当 $f(x)$的最小正周期取得最大值时，距离原点最近的对称中心为

A. $\left(\frac{\pi}{3},0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{12},0\right)$ C. $\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$ D. $\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$

6. 焦点为 F 的抛物线 $y^2=2px(p>0)$上有一点 $P(2,2p)$，O 为坐标原点，则满足 $|MP|=|MO|=|MF|$的点 M 的坐标为

A. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{4},\frac{7}{4}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{4},\frac{9}{4}\right)$

7. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，对任意正数 x,y，都有 $f(xy)=f(x)+f(y)-\frac{1}{2}$，且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，当 $x>\frac{1}{2}$ 时，$f(x)>0$. 则不等式 $e^{f(x)-1}>1$ 的解集为

A. $(2+\infty)$

B. $\left(-\frac{1}{8},0\right)\cup(2,+\infty)$

C. $\left(-\frac{1}{4},0\right)\cup(2,+\infty)$

D. $\left(-\frac{1}{2},0\right)\cup(2,+\infty)$

8. 已知 A,B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的公共顶点，P 是双曲线上一点，PA,PB 交椭圆于 M,N. 若 MN 过椭圆的焦点 F，且 $\tan\angle AMB=-3$，则双曲线的离心率为

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 袋中装有除颜色外完全相同的 3 个红球和 $n(n>3)$ 个白球，从袋中一次抓出 2 个球. 记事件 $A=$"两球同色"，事件 $B=$"两球异色"，事件 $C=$"至少有一红球"，则

A. 事件 A 与事件 B 是对立事件

B. 事件 A 与事件 B 是相互独立事件

C. 若 $P(A)=P(B)$，则 $n=5$

D. 若 $P(A)=P(B)$，则 $P(C)=\frac{7}{12}$

10. 下列关于三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的命题，正确的是

A. 任意直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 均有外接球

B. 任意直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 均有内切球

C. 若正三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 有一个半径为 1 的内切球，则该三棱柱的体积为 $6\sqrt{3}$

D. 若直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 的外接球球心在一个侧面上，则该三棱柱的底面是直角三角形

11. 已知点 M 在直线 $l:x+y=4$ 上移动，圆 $O:x^2+y^2=4$，直线 MP,MQ 是圆 O 的切线，切点为 P,Q. 设 $OM\cap PQ=N$，则

A. 存在点 M，使得 $PQ/\!/l$

B. 存在点 M，使得 $\angle PMQ=120^\circ$

C. 当 M 的坐标为 $(1,3)$ 时，PQ 的方程为 $x+3y-2=0$

D. 点 N 的轨迹长度是 $\sqrt{2}\pi$

12. 已知函数 $f(x)=axe^x$，$g(x)=\frac{2\ln x+x+a}{x}(a\in\mathbf{R})$，则

A. $f(x)$ 有极小值

B. $g(x)$ 有极大值

C. 若 $f(x)\geqslant g(x)$，则 $a=1$

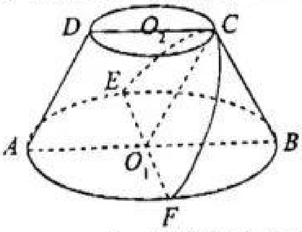
D. $h(x)=f(x)-g(x)$ 的零点最多有两个

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=2,S_6=6$，则 $S_{21}=$______.

14. 已知 $\tan\theta=\sqrt{2}$，则 $\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta}=$______.

15. 在圆台 O_1O_2 中，$ABCD$ 是其轴截面，$AD=DC=BC=\frac{1}{2}AB$，过 O_1C 与轴截面 $ABCD$ 垂直的平面交下底面于 EF，若点 A 到平面 CEF 的距离是 $\sqrt{3}$，则圆台的体积等于______.



16. 若函数 $y=f(x)$ 的图象上存在不同的两点，使得函数的图象在这两点处的切线互相垂直，则称函数 $y=f(x)$ 具有 T 性质. 若函数 $g(x)=ax-\frac{c}{2}+b\sin x\cos x+c\cos^2 x$ 具有 T 性质，其中 a,b,c 为实数，且满足 $b^2+c^2=1$，则实数 $a+b+c$ 的取值范围是______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

近年来，随着科技不断地进步，科技成果逐年呈递增的态势，尤其与物理专业有关的方面——光学、电学、机械力学、电气等方面递增更快. 为了保护知识产权，需要将科技成果转化为科技专利，这样就需要大量的专利代理人员从事专利书写工作. 而物理方面的研究生更受专利代理公司青睐. 因为通过培训物理方面的研究生，他们可以书写化学、生物、医学等方面的专利，而其他科目的研究生只能写本专业方面的专利. 某大型专利代理公司为了更好、更多的招收研究生来书写专利，通过随机问卷调查的方式对物理方向的研究生进行了专利代理方向就业意向调查，得到的数据如下表：

	喜欢	不喜欢
女研究生	105	75
男研究生	60	90

(1) 根据 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，能否认为物理方向的研究生专利代理方向就业意向与性别有关联？

(2) 该专利代理公司从这 150 人的男研究生中按专利代理方向就业意向分层，用分层随机抽样方式抽取 5 人，再从这 5 人中随机抽取 3 人用问卷的形式调查他们毕业后的年薪资意向，这 3 人中有 X 人喜欢从事专利代理工作，求 X 的分布列和数学期望.

下面附临界值表及参考公式：

α	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

$$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

18.（本小题满分 12 分）

在各项均为正数的等差数列 $\{a_n\}$ 中，a_1, a_2-1, a_3-1 成等比数列，$a_6=11$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$b_n=\frac{a_{n+1}}{S_{2n-1}\cdot S_{2n+3}}$，证明：$b_1+b_2+\cdots+b_n<\frac{5}{36}$.

19.（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知 $c=3$.

(1)若 $C=\frac{2\pi}{3}$，求△ABC 面积的最大值；

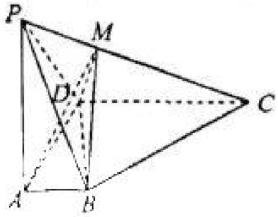
(2)若 $\cos B=\frac{1}{a}$，求 $\frac{\tan B}{\tan A}$ 的值.

20.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$ABCD$ 是直角梯形，$AB\perp AD$，$AB/\!/DC$，$AB=1$，$AD=2$，$BC=2\sqrt{2}$，点 M 在 PC 上，且 $PA/\!/$平面 BDM.

(1)求 $\frac{PM}{MC}$ 的值；

(2)若 $PA=4$，且 $PA\perp$平面 $ABCD$，求平面 ADM 与平面 BDM 夹角的余弦值.



21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x-ax-1(a\in\mathbf{R})$.

(1)若函数 $y=f(x)$ 在区间 $[1,+\infty)$ 上单调递减，求实数 a 的取值范围；

(2)若方程 $f(x)+2=0$ 有两个实根 x_1，x_2，且 $x_2>2x_1$，求证：$x_1x_2^2>\frac{32}{e^3}$.

参考数据：$\ln 2\approx 0.693$，$\ln 3\approx 1.099$.

22.（本小题满分 12 分）

已知 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点 $Q(x,y)$ 关于 x 轴的对称点为 Q_1，直线 AQ 与 BQ_1 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$.

(1)求点 Q 的轨迹 C 的方程；

(2)设点 P 是直线 $x=1$ 上的动点，直线 PA，PB 分别与曲线 C 交于不同于 A，B 的点 M，N，过点 B 作 MN 的垂线，垂足为 D，求 $|AD|$ 最大时点 P 的纵坐标.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。