

鄂南高中 华师一附中 黄石二中 荆州中学  
孝感高中 襄阳四中 襄阳五中 黄冈中学

2020 届高三八校第一次联考  
数 学(文科)

2019.12

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一个选项是符合题目要求的。

1. 设  $i$  是虚数单位,若复数  $a + \frac{5i}{1+2i}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 是纯虚数,则  $a =$

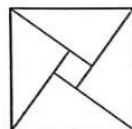
- A. -1                      B. 1                      C. -2                      D. 2

2. 已知集合  $M = \{x | x^2 - 5x - 6 \leq 0\}$ ,  $N = \{y | y = (\frac{1}{6})^x, x \geq -1\}$ , 则

- A.  $M \subseteq N$                       B.  $N \subseteq M$                       C.  $M = N$                       D.  $M \subseteq (\complement_{\mathbf{R}} N)$

3. 我国古代数学家赵爽的弦图是由四个全等的直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形(如图). 如果小正方形的边长为 2, 大正方形的边长为 10, 直角三角形中较小的锐角为  $\theta$ , 则  $\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) - \cos(\theta + \frac{\pi}{6}) =$

- A.  $\frac{5+4\sqrt{3}}{10}$                       B.  $\frac{5-4\sqrt{3}}{10}$   
C.  $\frac{-5+4\sqrt{3}}{10}$                       D.  $\frac{-5-4\sqrt{3}}{10}$



4. 定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,  $f(\frac{1}{3}) = 0$ , 则满足  $f(\log_{\frac{1}{4}} x) > 0$  的  $x$  取值范围是

- A.  $(0, +\infty)$                       B.  $(0, \frac{1}{2}) \cup (1, 2)$                       C.  $(0, \frac{1}{8}) \cup (\frac{1}{2}, 2)$                       D.  $(0, \frac{1}{2})$

5. 设  $a = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{4}$ ,  $b = (\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}}$ ,  $c = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{3}}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

- A.  $a < b < c$                       B.  $c < b < a$                       C.  $b < c < a$                       D.  $c < a < b$

6. 已知平面向量  $\vec{a} = (1, -3)$ ,  $\vec{b} = (4, -2)$ , 若  $\lambda \vec{a} - \vec{b}$  与  $\vec{b}$  垂直, 则  $\lambda =$

- A. -1                      B. 1                      C. -2                      D. 2

数学(文科)试题 第 1 页(共 4 页)

7. 圆  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 10 = 0$  上的点到直线  $x + y - 14 = 0$  的最大距离与最小距离的差是

- A. 36                      B. 18                      C.  $6\sqrt{2}$                       D.  $5\sqrt{2}$

8. 如图茎叶图表示的是甲、乙两人在 5 次综合测评中的成绩, 其中乙中的两个数字被污损, 且已知甲、乙两人在 5 次综合测评中的成绩中位数相等, 则乙的平均成绩低于甲的概率为

- A.  $\frac{2}{9}$                       B.  $\frac{1}{5}$   
C.  $\frac{3}{10}$                       D.  $\frac{1}{3}$

甲			乙	
4	6	8	6	8
8	1 8	9	• •	9

9.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\sin B - \sin A(\sin C + \cos C) = 0, a = 2, c = \sqrt{2}$ , 则角  $C =$

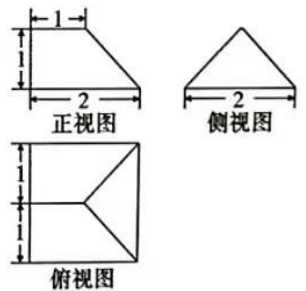
- A.  $\frac{5\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{4}$                       D.  $\frac{\pi}{3}$

10. 在  $\triangle ABC$  中,  $A, B$  分别是双曲线  $E$  的左、右焦点, 点  $C$  在  $E$  上. 若  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 0, (\vec{BA} + \vec{BC}) \cdot \vec{AC} = 0$ , 则双曲线  $E$  的离心率为

- A.  $\sqrt{5} - 1$                       B.  $\sqrt{2} + 1$                       C.  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

11. 《九章算术》给出求羡除体积的“术”是：“并三广，以深乘之，又以袤乘之，六而一”，其中的“广”指羡除的三条平行侧棱的长，“深”指一条侧棱到另两条侧棱所在平面的距离，“袤”指这两条侧棱所在平行线之间的距离，用现代语言描述：在羡除  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1, AA_1 = a, BB_1 = b, CC_1 = c$ , 两条平行线  $AA_1$  与  $BB_1$  间的距离为  $h$ , 直线  $CC_1$  到平面  $AA_1B_1B$  的距离为  $h'$ , 则该羡除的体积为  $V = \frac{h'h}{6}(a + b + c)$ . 已知某羡除的三视图如图所示, 则该羡除的体积为

- A.  $3\sqrt{3}$   
B.  $\frac{5}{3}$   
C.  $\frac{4}{3}$   
D.  $2\sqrt{3}$



12. 已知  $F$  为抛物线  $y^2 = x$  的焦点, 点  $A, B$  在该抛物线上且位于  $x$  轴的两侧, 而且  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 2$  ( $O$  为坐标原点), 若  $\triangle ABO$  与  $\triangle AFO$  的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ , 则  $S_1 + 4S_2$  最小值是

- A.  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$                       B. 6                      C.  $2\sqrt{3}$                       D.  $4\sqrt{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 设曲线  $y = 2ax - \ln(x + 1)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为  $y = 2x$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

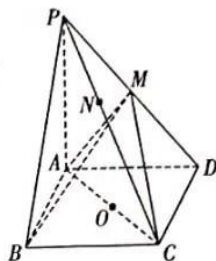
14. 已知数列  $\{a_n\}$  是等比数列,  $a_2 = 1, a_5 = -\frac{1}{8}$ , 若  $S_k = -\frac{11}{8}$ , 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

15. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$ 且 $B = 60^\circ, b = 4$ .

①若 $c = \sqrt{3}$ ,则角 $C$ 有一个解;②若 $\vec{BC} \cdot \vec{BA} = 8$ ,则 $AC$ 边上的高为 $2\sqrt{3}$ ;③ $a + c$ 不可能是9.

上述判断中,正确的序号是\_\_\_\_\_.

16. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD, PA = AD = 4, AB = 2$ ,以 $AC$ 为直径的球面交 $PD$ 于点 $M$ ,交 $PC$ 于点 $N$ .则点 $N$ 到平面 $ACM$ 的距离为\_\_\_\_\_.



三、解答题:共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分)

在公差是整数的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -9$ ,且前 $n$ 项和 $S_n \geq S_5$ .

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n$ ;

(2)令 $b_n = \frac{1}{(2n-9)a_n}$ ,求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $T_n$ .

18. (12分)

如图1,在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC, \angle BAD = 90^\circ, AB = 4, AD = 2, DC = 3$ ,点 $E$ 在 $CD$ 上,且 $DE = 2$ ,将 $\triangle ADE$ 沿 $AE$ 折起,使得平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCE$ (如图2). $G$ 为 $AE$ 中点.

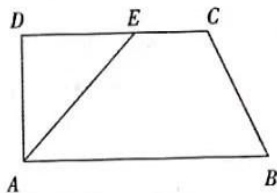


图1

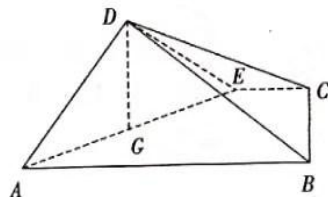


图2

(1)求证: $DG \perp BC$ ;

(2)求四棱锥 $D-ABCE$ 的体积;

(3)在线段 $BD$ 上是否存在点 $P$ ,使得 $CP \parallel$ 平面 $ADE$ ?若存在,求 $\frac{BP}{BD}$ 的值;若不存在,请说明理由.

19. (12分)

为落实国家扶贫攻坚政策,某社区应上级扶贫办的要求,对本社区所有贫困户每年年底进行收入统计,下表是该社区贫困户中A户从2016年至2019年的收入统计数据:(其中 $y$ 为A贫困户的人均年纯收入)

年份	2016年	2017年	2018年	2019年
年份代码 $x$	1	2	3	4
人均纯收入 $y$ (百元)	25	28	32	35

(1)作出A贫困户的人均年纯收入的散点图;

(2)根据上表数据,用最小二乘法求出 $y$ 关于年份代码 $x$ 的线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ,并估计A贫困户在2020年能否脱贫.(注:国家规定2020年的脱贫标准:人均年纯收入不低于3800元)

(参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$ )

20. (12分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  过点  $(2, 1)$ , 且离心率  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 已知斜率为  $\frac{1}{2}$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  交于两个不同点  $A, B$ , 点  $P$  的坐标为  $(2, 1)$ , 设直线  $PA$  与  $PB$  的倾斜角分别为  $\alpha, \beta$ , 证明:  $\alpha + \beta = \pi$ .

21. (12分)

已知函数  $f(x) = \ln x + \frac{a}{x} - a (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 讨论函数  $f(x)$  的单调性;

(2) 若关于  $x$  的方程  $f(x) = e^x + \frac{a}{x} - ax$  有唯一实数解  $x_0$ , 且  $x_0 \in (n, n+1), n \in \mathbf{N}^*$ , 求  $n$  的值.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分。作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 倾斜角为  $\alpha$  的直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t \cos \alpha \\ y = \sqrt{3} + t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数). 在以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 = 2\rho \cos \theta + 8$ .

点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho^2 = 2\rho \cos \theta + 8$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程与曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 若直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 4\sqrt{2}$ , 求直线  $l$  的倾斜角.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

(1) 试比较  $3^\pi$  与  $\pi^3$  的大小, 并加以证明;

(2) 若正实数  $a, b$  满足  $a + b = \frac{1}{2}$ , 求证:  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq 1$ .



## 专注名校多元录取

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



识别二维码，快速关注

### 温馨提示：

**全国重点中学 2020 届高三上学期期中考试试题及答案汇总** (更新下载中)，点击链接获得  
<http://www.zizzs.com/c/201911/40242.html>