

文科数学试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 若复数 z 满足 $(1-3i)z = 1$, 则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$

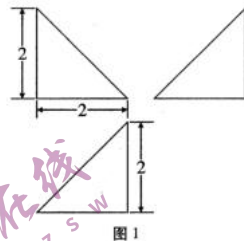
- A. $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$ B. $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$ C. $\frac{1}{10} + \frac{3}{10}i$ D. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$

3. 已知 $a = \log_{0.5}^{0.2}$, $b = 0.5^{0.2}$, $c = \frac{1}{2}$, 则 a, b, c 的大小关系为

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$

4. 如图 1 为某几何体的三视图, 则该几何体的表面积为

- A. $6+4\sqrt{2}$ B. $4+4\sqrt{2}$
C. $6+2\sqrt{3}$ D. $4+2\sqrt{3}$



5. 素数也叫质数, 指在大于 1 的自然数中, 除了 1 和该数自身外, 不能被其他自然数整除的数. 在不超过 20 的素数中任取两个不同的数, 则取出的两个数之差的绝对值为 2 的概率是

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{7}$

6. 已知向量 \vec{a} 、 \vec{b} 的夹角为 60° , $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1$, 则 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 与 \vec{b} 的夹角是

- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_1 + a_3 + a_5 = 7$, 则 $a_3 a_5 a_7 =$

- A. 12 B. 16 C. 32 D. 64

8. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$, 则下列结论错误的是

- A. $f(x)$ 的一个周期为 $-\pi$ B. $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{7}{12}\pi$ 对称

C. $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递增

D. $y = \sin 2x$ 的图象上所有的点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得到 $f(x)$ 的图象

9. 已知 F 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, A 为 C 的左顶点, 过点 A 且斜率为 2 的直线 l 与 C 于另一点 B , 且 BF 垂直于 x 轴, 则 C 的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 3

10. 已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, $AB \perp BC$, $AB=3$, $BC=4$, $AA_1=3$, 设该直三棱柱的外接球的表面积为 S_1 , 直三棱柱内部半径最大的球的表面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2} =$

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{34}{9}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{17}{2}$

11. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 过点 $P(1, 0)$ 且斜率为 $\frac{3}{2}$ 的直线与 C 交于 A, B 两点, 若 $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$, 则 $p =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

12. 已知 $f(x) = \sin^2(x + \frac{\pi}{4}) + \ln(\sqrt{x^2 + 1} - x)$, $a = f(\ln 2)$, $b = f(\ln \frac{1}{2})$, 则

- A. $a+b=1$ B. $a+b=0$ C. $a-b=0$ D. $a-b=1$

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \\ x-2y-3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = \frac{y}{x}$ 的取值范围是_____。

14. 已知实数 a, b 满足 $a - 2b = 2$, 则 $2^a + \frac{1}{4^b}$ 的最小值为_____。

15. 设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 = 6, a_1 - a_3 = -6$, 记 b_m 为 $\{a_n\}$ 中在区间 $(0, m] (m \in \mathbb{N}^*)$ 中的项的个数, 则数列 $\{b_m\}$ 的前 50 项和 $S_{50} =$ _____。

16. 已知曲线 $C: mx^2 + ny^2 = 1$, 给出下列四个结论:

- ①若 $m=n>0$, 则 C 是圆, 其半径为 \sqrt{n} ;
- ②若 $m>n>0$, 则 C 是椭圆, 其离心率为 $\sqrt{\frac{m-n}{m}}$;
- ③若 $m=0, n>0$, 则 C 是两条与 y 轴平行的直线;
- ④若 $mn<0$, 则 C 是双曲线, 其渐近线为 $y = \pm \sqrt{-\frac{m}{n}}x$ 。

其中所有正确结论的序号是_____。

三、解答题(共 70 分解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 12 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边为 a, b, c , 已知 $c \sin A = a \cos(C - \frac{\pi}{6})$

(1) 求 C ;

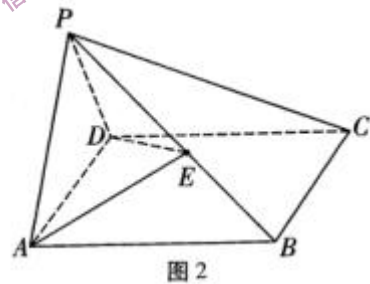
(2) 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形, 且 $c \cos B + b \cos C = 1$, 求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

18. (本小题满分 12 分)

如图 2, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, 侧面 PAD 为等边三角形.

(1) 求证: $AD \perp PB$;

(2) 若 $PAD \perp ABCD$, 点 E 为 PB 的中点, 求三棱锥 $P-ADE$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

随着手机的日益普及, 中学生使用手机的人数也越来越多, 使用的手机也越来越智能某中学为了了解学生在校使用手机对学习的影响, 从全校学生中随机抽取了 150 名学生进行问卷调查经统计, 有 $\frac{2}{3}$ 的学生在校园期间使用手机, 且使用手机的学生中学习成绩优秀的

占 $\frac{1}{5}$, 另不使用手机的学生中学习成绩优秀的占 $\frac{4}{5}$

(1) 请根据以上信息完成 2×2 列联表, 并分析是否有 99.9% 的把握认为“在校期间使用手机和学习成绩有关”?

	学习成绩优秀	学习成绩不优秀	合计
在校期间使用手机			
在校期间不使用手机			
合计			

(2) 现从上表中学习成绩优秀的学生中按在校期间是否使用手机分层抽样选出 6 人, 再从这 6 人中随机抽取 2 人, 求这 2 人中至少有 1 人使用手机的概率.

参考公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

参考数据:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 P(-2, -1), 且离心率为 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 Q(-4, 0) 直线 l (不经过点 P) 交椭圆 C 于点 A, B, 试问直线 PA 与直线 PB 的斜率之和为是否为定值? , 若是, 求出这个定值; 若不是, 请说明理由。

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x + \frac{1}{2}x^2$ ($a \in R, e$ 为自然对数的底数) 在 $x=0$ 处的切线与 x 轴平行

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $F(x) = f(x) - (\frac{1}{2}x^2 + m)$ 在 $[-1, 2]$ 内有两个零点, 求 m 的取值范围.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答, 并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致, 在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) [选修 4-4: 坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点为极点,

x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta$.

(1) 求直线 l 的倾斜角与曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 点 P 在曲线 C 上, 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.

23. (本小题满分 10 分) [选修 4-5: 不等式选讲]

设函数 $f(x) = 2|x+1| + |x|$.

(1) 求不等式 $f(x) < 4$ 的解集;

(2) 若不等式 $f(x) \geq 2a^2 - a$ 对任意的 $x \in R$ 恒成立, 求 a 的取值范围