

2023 届高三二轮复习联考(三) 全国卷
文科数学试题

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 1.已知复数 $z = \frac{2-i}{1+i}$, 则 $\bar{z} =$

A. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ B. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ C. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ D. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$
- 2.已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, $B = \{y | y > 0\}$, 则 $A \cap B =$

A. $(0, 5]$ B. $(0, 5)$ C. $(-2, 0]$ D. $[-2, 0)$
- 3.已知实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \leq 0, \\ x + y \geq 0, \\ y \leq 1, \end{cases}$ 则 $z = 2x - y$ 的最大值为

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 4.不等式 $\frac{1}{x} - \ln x - 1 \geq 0$ 的解集为

A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
- 5.下列说法中正确的是

A. 在一个 2×2 列联表中,由计算得 K^2 的值,则 K^2 的值越接近 1,判断两个变量有关的把握越大

B. 数据 3, 4, 2, 8, 1, 5, 8, 6 的中位数为 5

C. 将一组数据中的每一个数据加上同一个正数后,方差变大

D. 若甲、乙两组数据的相关系数分别为 -0.91 和 0.89 , 则甲组数据的线性相关性更强
- 6.已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, $a = b$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 8$, 则 $c =$

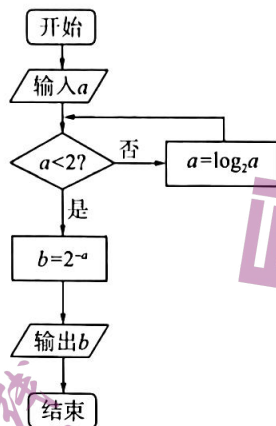
A. 2 B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $4\sqrt{2}$
- 7.已知圆 $C: (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8$, 从圆心 C 射出的光线被直线 $x + y = 0$ 反射后,反射光线恰好与圆 C 相切,则反射光线所在直线的斜率为

A. $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ B. $2 + \sqrt{2}$ 或 $2 - \sqrt{2}$ C. $2 + \sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{3}$ D. $1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$
- 8.已知角 $\alpha, \beta \in (0, \pi)$, 且 $\sin(\alpha + \beta) + 2\cos(\alpha - \beta) = 0$, $\sin \alpha \sin \beta + 2\cos \alpha \cos \beta = 0$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. -2

二轮复习联考(三) 全国卷 文科数学试题 第 1 页(共 4 页)

9. 执行如图所示的程序框图, 若随机输入的 $a \in [0, 16)$, 则输出的 $b \in \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right]$ 的概率为

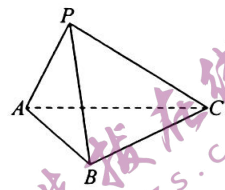


- A. $\frac{3}{16}$ B. $\frac{15}{16}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

10. 某款电子产品的售价 y (万元/件) 与上市时间 x (单位: 月) 满足函数关系 $y = 10^{ax} + b$ (a, b 为常数, 且 $b \in \mathbb{N}^*$), 若上市第 2 个月的售价为 2.8 万元, 第 4 个月的售价为 2.64 万元, 那么在上市第 1 个月时, 该款电子产品的售价约为 (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \lg 2 \approx 0.3010$)

A. 3.016 万元 B. 2.894 万元 C. 3.048 万元 D. 2.948 万元

11. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{2}, AC = 1, P$ 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点, $\triangle PAB$ 的面积为 $\frac{1}{2}$, 且平面 $PAC \perp$ 平面 $ABC, PC = 2PA$, 则三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为



- A. 1 B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

12. 将函数 $g(x) = \sin \omega x$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\varphi}{\omega}$ ($0 < \varphi < \pi$) 个单位长度得到函数 $f(x)$ 的图象, $f(0) = \frac{1}{2}, f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 且 $f'(0) < 0$, 若当 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$, 则 ω 的取值范围为

- A. $\frac{2}{3} \leq \omega < 1$ B. $\frac{2}{3} \leq \omega \leq 1$ C. $\frac{2}{3} \leq \omega < \frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3} \leq \omega \leq \frac{4}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知单位向量 a, b 满足 $|a - b| = \sqrt{3}$, 则向量 a 与 b 的夹角 $\theta =$ _____.
14. 已知圆锥的内切球半径为 1, 若圆锥的侧面展开图恰好为一个半圆, 则该圆锥的体积为 _____.
15. 已知函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x - 1$, 则 $f(x)$ 在 $x = \ln \frac{1}{2}$ 处的切线方程为 _____.

16. 如图, 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 倾斜角为 α 的直线 l 过点 $M(-\frac{p}{2}, 0)$, 且与抛物线 C 交于 A, B 两点, $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, 设直线 AF, BF 的斜率分别为 k_1, k_2 , 则 $k_1 + k_2 =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 60 分。

17. (12 分) 随着人们生活水平的提高, 我国城乡居民消费结构发生了很大变化, 家庭食品支出的比重呈逐年下降趋势, 下表是近 5 年某居民家庭食品支出占总消费的比重(以下简称比重)的统计表。

年份	2017 年	2018 年	2019 年	2020 年	2021 年
年份代号 x	1	2	3	4	5
比重 $y(\%)$	38	32	30	27	23

- (1) 求 y 与 x 的相关系数 r (精确到 0.001), 并据此判断比重 y 与年份 x 的相关性强弱;
 (2) 若比重 y 与年份代号 x 之间具有较强的线性相关性, 求 y 关于 x 的线性回归方程;
 (3) 预测 2023 年该家庭食品支出占总消费的比重。

附: ① 相关系数: $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 若 $|r| > 0.9$, 则可判断 y 与 x 线性相关性较强。

② 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中斜率与截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ 。

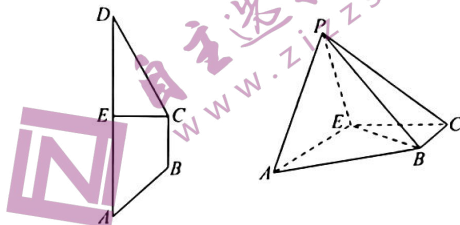
③ 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73, \sqrt{33} \approx 5.74, \sqrt{35} \approx 5.92$ 。

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, S_2 = 1, a_{n+1} = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2n})a_n$ 。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 证明: $S_n < 2$ 。

19.(12分)如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4BC = 4$, $CD = \sqrt{5}$, E 为边 AD 上的点, $CE \perp AD$, $CE = 1$, 将 $\triangle DEC$ 沿直线 CE 翻折到 $\triangle PEC$ 的位置, 且 $\angle PEA = \frac{\pi}{3}$, 连接 PA, PB .

- (1)证明: $BE \perp PC$;
(2)求点 C 到平面 PAB 的距离.



20.(12分)已知函数 $f(x) = x^2 - 2a \ln x - a^2 b$.

- (1)当 $a = 1$ 时,若 $f(x)$ 的最小值为 2,求实数 b 的值;
(2)若存在 $a \in [e, e^3]$,使得函数 $f(x)$ 恰有一个零点,求实数 b 的取值范围.

21.(12分)已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 斜率不为 0 的直线 l 过点 F_1 , 与椭圆交于 A, B 两点, 当直线 l 垂直于 x 轴时, $|AB| = 3$, 椭圆的离心率 $e = \frac{1}{2}$.

- (1)求椭圆 M 的方程;
(2)在 x 轴上是否存在点 P , 使得 $\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 为定值? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(二)选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22.[选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} + t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标

原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2 + 3\rho^2 \sin^2 \theta - 4 = 0$.

- (1)求曲线 C_1 的直角坐标方程;
(2)若直线 l 与曲线 C_1 相切, 求直线 l 的斜率.

23.[选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知不等式 $|2x - a| \leq a$ 的解集为 $[0, 4]$.

- (1)求实数 a 的值;
(2)若 $m > 0, n > 0$, 且 $m + n = a$, 求 $\frac{1}{m+2n} + \frac{1}{2m+n}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线