

毕节市 2023 届高三年级诊断性考试（一）

文科数学参考答案及评分建议

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	D	D	B	C	C	A	D	B	B	A	C

二、填空题

13. $\frac{3}{2}$

14. 2π

15. $[2, 4)$

16. $\frac{n}{6n+4}$

三、解答题

17. 解：（1）

	足球爱好者	非足球爱好者	合计
女	20	30	50
男	35	15	50
合计	55	45	100

$$K^2 = \frac{100 \times (20 \times 15 - 30 \times 35)^2}{55 \times 45 \times 50 \times 50} = \frac{100}{11} \approx 9.1$$

$\because 9.1 > 7.879$

$\therefore$ 能在犯错误的概率不超过 0.005 的前提下认为足球爱好与性别有关..... 6 分

（II）依题意，抽取的 5 名女性人群中，是“足球爱好者”的有 2（人），设为 A_1, A_2 ，“非足球爱好者”的有 3（人），设为 B_1, B_2, B_3 。

选出的 3 人有： $A_1 A_2 B_1, A_1 A_2 B_2, A_1 A_2 B_3, A_1 B_1 B_2, A_1 B_1 B_3, A_1 B_2 B_3, A_2 B_1 B_2, A_2 B_1 B_3, A_2 B_2 B_3, B_1 B_2 B_3$ ，共 10 种，

则选出的 3 人中至少有 1 人是“足球爱好者”的概率为： $P = \frac{9}{10}$ 12 分

18. 解：（1）由正弦定理，及 $A + B = \pi - C$

$$\text{所以 } \sin B \cos \frac{\pi - C}{2} = \sin C \sin B,$$

$$\sin B \sin \frac{C}{2} = 2 \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} \sin B,$$

因为 $A, B \in (0, \pi)$, $\frac{C}{2} \in (0, \frac{\pi}{2})$,

所以 $\sin B \neq 0$, $\sin \frac{C}{2} \neq 0$.

$$\text{那么 } \cos \frac{C}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\frac{C}{2} = \frac{\pi}{3},$$

$$C = \frac{2\pi}{3} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(II) 过 A 点作 BC 的垂线, 垂线与 BC 延长线交于点 D ,

在 $\triangle ABD$ 中, $AD = AB \sin B$, 即 $h = c \sin B$,

因为 $B \in (0, \frac{\pi}{3})$,

所以 $\sin B \in (0, \frac{\sqrt{3}}{2})$,

$$h = \sqrt{3} \sin B \in (0, \frac{3}{2}) \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19. (1) 证明: 连接 KE

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, M 为 CD 的中点

$$\therefore CM \parallel AB \text{ 且 } CM = \frac{1}{2} AB$$

$$\therefore \frac{CE}{AE} = \frac{CM}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore PK = \frac{1}{3} PA$$

$$\therefore PK = \frac{1}{2} KA$$

$$\therefore \frac{PK}{KA} = \frac{CE}{AE}$$

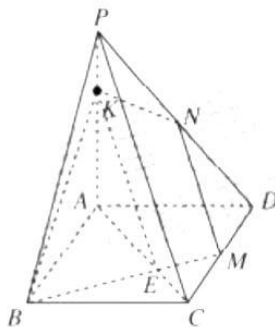
$$\therefore KE \parallel PC$$

$\because M, N$ 分别是 CD, PD 的中点

$$\therefore MN \parallel PC$$

$$\therefore KE \parallel MN$$

$\therefore K, E, M, N$ 四点共面 $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$



(II) 证明: $\because PA \perp$ 底面 $ABCD$ 且 $BM \subset$ 平面 $ABCD$
 $\therefore PA \perp BM$
 $\because AB = 6\sqrt{2}, AD = 6, M$ 为 CD 中点
 $\therefore CM = 3\sqrt{2}, AC = 6\sqrt{3}, BM = 3\sqrt{6}$
 $\therefore EM = \frac{1}{3}BM = \sqrt{6}$
 $CE = \frac{1}{3}AC = 2\sqrt{3}$
 $\therefore CE^2 + EM^2 = MC^2$
 $\therefore \angle MEC = \frac{\pi}{2}$
 $\therefore AC \perp BM$
 $\because PA \cap AC = A$
 $\therefore BM \perp$ 平面 PAC
 $\because BM \subset$ 平面 $BMNK$
 $\therefore$ 平面 $PAC \perp BMNK$ 12 分

20. 解: (I) 20. 解: (I) 根据题意,

函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$

$f(1) = 0$,

$$f'(x) = -\ln x + \frac{a-x}{x}$$

$$\therefore f'(1) = a - 1$$

$\therefore$ 曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = (a-1)(x-1)$ 5 分

(II) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$

$$f'(x) = -\ln x + \frac{a-x}{x} = \frac{-x \ln x - x + a}{x}$$

$$\text{令 } g(x) = -x \ln x - x + a$$

$$g'(x) = -\ln x - 2$$

$$\text{令 } g'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e^2}$$

$$g'(x) > 0 \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{e^2}$$

$$g'(x) < 0 \Rightarrow x > \frac{1}{e^2}$$

$\therefore g(x)$ 在 $(0, \frac{1}{e^2})$ 上为增函数, 在 $[\frac{1}{e^2}, +\infty)$ 上为减函数, $g(x)_{\max} = g(\frac{1}{e^2}) = \frac{1}{e^2} + a$

$\therefore f(x)$ 为单调递减的函数

$$\therefore \frac{1}{e^2} + a \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{1}{e^2} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21.解: (1) 解: 设点 M 到抛物线的准线距离为 MH

根据定义, 当直线 MD 垂直于 x 轴时

$$|MF| = |MH| = \frac{p}{2} + 2p = 5$$

$$\therefore p = 2$$

抛物线方程为: $y^2 = 4x$ 5 分

(II) 若选①, 若直线 $MN \perp y$ 轴, 则该直线与曲线 C 只有一个交点, 不合乎题意,

$\because F(1,0)$, 设直线 MN 的方程为: $x = my + 1$

设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$,

$$\text{联立} \begin{cases} x = my + 1 \\ y^2 = 4x \end{cases}$$

得 $y^2 - 4my - 4 = 0$, $\Delta = 16m^2 + 16 > 0$ 恒成立

$$\text{得 } y_1 + y_2 = 4m, \quad y_1 y_2 = -4$$

则 $N'(x_2, -y_2)$,

$$\text{直线 } MN' \text{ 的斜率 } k_{MN'} = \frac{y_1 + y_2}{x_1 - x_2} = \frac{4m}{x_1 - x_2} = \frac{4m}{m(y_1 - y_2)} = \frac{4}{y_1 + \frac{4}{y_1}} = \frac{4y_1}{y_1^2 + 4},$$

$$\therefore \text{直线 } MN' \text{ 的方程为 } y - y_1 = \frac{4y_1}{y_1^2 + 4}(x - x_1),$$

$$\text{由 } x_1 = \frac{y_1^2}{4}$$

$$\text{化简得 } y = \frac{4y_1}{y_1^2 + 4}(x + 1)$$

$\therefore$ 直线 MN' 过定点 $(-1, 0)$,

$\therefore$ 存在 $Q(-1, 0)$

若选②, 若直线 $MN \perp y$ 轴, 则该直线与曲线 C 只有一个交点, 不合乎题意,

$\because F(1,0)$, 设直线 MN 的方程为: $x = my + 1$

设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 设 $Q(t, 0)$

得 $y^2 - 4my - 4 = 0$, $\Delta = 16m^2 + 16 > 0$ 恒成立

$$\text{得 } y_1 + y_2 = 4m, \quad y_1 y_2 = -4$$

$\because x$ 轴平分 $\angle MQN$

$$\therefore k_{MQ} + k_{NQ} = \frac{y_1}{x_1 - t} + \frac{y_2}{x_2 - t} = \frac{y_1}{my_1 + 1 - t} + \frac{y_2}{my_2 + 1 - t}$$

$$= \frac{y_1(my_2+1-t) + y_2(my_1+1-t)}{(my_1+1-t)(my_2+1-t)} = \frac{2my_1y_2 + (1-t)(y_1+y_2)}{(my_1+1-t)(my_2+1-t)}$$

$$= \frac{-8m+4m(1-t)}{(my_1+1-t)(my_2+1-t)} = 0,$$

$$\therefore -8m+4m(1-t)=0$$

即 $4m(t+1)=0$ 对任意的 $m \in R$ 恒成立, 则 $t=-1$.

$\therefore$ 存在 $Q(-1,0)$ 12 分

22.解: (1) 由题意得:

$$C_1 \text{ 的普通方程为 } x^2 + y^2 = 4 (y \geq 0)$$

$$\therefore \begin{cases} x = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta \end{cases}$$

$$\therefore C_1 \text{ 的极坐标方程为 } \rho = 2, \theta \in [0, \pi]$$

$$\text{由 } \rho \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = 4, \text{ 得 } \rho(\frac{1}{2} \sin \theta + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \theta) = 4$$

$$\therefore \frac{1}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2}x - 4 = 0 \text{ 即 } C_2 \text{ 的直角坐标方程为: } \sqrt{3}x + y - 8 = 0 \text{ 5 分}$$

(II) 射线 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \geq 0)$ 与曲线 C_1 交点 A 的极坐标为 $A(2, \frac{\pi}{3})$

$$\text{由 } \begin{cases} \theta = \frac{\pi}{6} \\ \rho \sin(\theta + \frac{\pi}{3}) = 4 \end{cases} \text{ 得: } \rho = 4 \therefore B(4, \frac{\pi}{6})$$

$$\therefore \Delta AOB \text{ 的面积为 } S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \sin(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}) = 2 \text{ 10 分}$$

$$23. \text{解: (1) 当 } a=1 \text{ 时, } f(x) = |1-x| + |x+2| = \begin{cases} 2x+1 & (x > 1) \\ 3 & (-2 \leq x \leq 1) \\ -2x-1 & (x < -2) \end{cases}$$

当 $-2 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) \leq 4$ 恒成立.

当 $x > 1$ 时, $f(x) \leq 4$ 即 $2x+1 \leq 4$, 解得 $x \leq \frac{3}{2}$.

当 $x < -2$ 时, $f(x) \leq 4$ 即 $-2x-1 \leq 4$, 解得 $x \geq -\frac{5}{2}$.

综上 $-\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$,

$f(x) \leq 4$ 的解集为 $[-\frac{5}{2}, \frac{3}{2}]$ 5 分

(II) 依题意 $f(x) > -2a$, 即 $|a-x| + |x+2| > -2a$ 恒成立,

$$|a-x| + |x+2| \geq |(a-x) + (x+2)| = |a+2|,$$

所以 $f(x)_{\min} = |a+2|$, 故 $|a+2| > -2a$,

所以 $a+2 > -2a$ 或 $a+2 < 2a$, 解得 $a > -\frac{2}{3}$.

所以 a 的取值范围是 $(-\frac{2}{3}, +\infty)$ 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线