2022～2023年度下学年高一年级第三次联考
数学参考答案

1. C　C中调查对象较少,适合用全面调查.

2. B　由题意得△ABC的面积为$\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\sin A=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos A$,得$\tan A=2$.

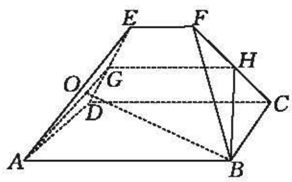
3. C　由斜二测画法,四边形$A'B'C'D'$是平行四边形,$A'B'=2,A'D'=\frac{3}{2}$,所以四边形$A'B'C'D'$的周长为$2\times(2+\frac{3}{2})=7$.

4. C　由题意得$3x_1+1+3x_2+1+3x_3+1+3x_4+1+3x_5+1+3x_6+1=16\times6$,
得$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=30$,所以所求的平均数为$\frac{30}{6}=5$.

5. D　若$m//\alpha,n//\beta,\alpha//\beta$,则$m,n$可能平行、异面或相交,A错误.若$m\perp\alpha,n\perp\beta,\alpha//\beta$,则$m//n$,B错误.若$n//\alpha,m\perp n,\alpha\perp\beta$,则$m,\beta$的关系可能是$m//\beta,m\perp\beta,m\subset\beta$或$m,\beta$相交,C错误.D正确.

6. C　$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD})=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}(-\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC})=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

7. A　如图,延长AO交DE于点G,取CF的中点H,连接BH,GH,易得G为ED的中点,∴$GH//CD$,∵$AB//CD$,∴$AB//GH$,即过点A,B,O的平面截该刍甍所得的截面为四边形$ABHG$.



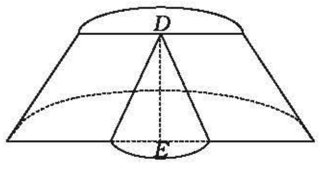
∵$GH=\frac{EF+CD}{2}=2,AG=BH=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=3$,
∴过点A,B,O的平面截该刍甍所得的截面周长为$AB+AG+GH+BH=11$.

8. B　如图,设$AB=x$ m,由题意得$\angle DAB=90^\circ-26^\circ=64^\circ$,则$BC=x$ m,$BD=AB\tan 64^\circ=2x$ m,在△BCD中,由余弦定理得$BD^2=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cdot\cos\angle BCD$,得$x^2+11x-1452=(x+44)(x-33)=0$,得$x=33$.

9. BC　由题意得$z=\frac{9-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(9-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=4-5\mathrm{i}$,所以$z$的虚部为$-5$,$z-4=-5\mathrm{i}$为纯虚数,$z^2+40\mathrm{i}=-9$为实数,$z$在复平面内对应的点为$(4,-5)$,位于第四象限.

10. ABD　由题意得$\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$,得$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,所以$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.由$\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{b}^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3$,得$|\boldsymbol{b}|=1$.因为$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2=1\neq0$,所以$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$不垂直于$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.$\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=-1$.

11. BCD　如图,由题意可知该几何体由半个圆锥和半个圆台组合而成,易知高为2,



1
官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

所以该几何体的体积为$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\pi\times1^2\times2+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times2\pi(2^2+2\times3+3^2)=\frac{20\pi}{3}$，

表面积为$\frac{1}{2}\times(\pi\times1^2+\pi\times1\times\sqrt{5})+\frac{1}{2}\pi(2^2+3^2+2\times\sqrt{5}+3\times\sqrt{5})+\frac{4+6}{2}\times2-\frac{1}{2}\times2\times2=(7+3\sqrt{5})\pi+8$.

12. ACD　由题意得 P 到平面 BB_1C_1C 的距离为定值 2，所以 $V_{B_1-PBC_1}=V_{P-BB_1C_1}=\frac{1}{3}\times2S_{\triangle BB_1C_1}=\frac{4}{3}$，A 正确. 如图 1，当$\overrightarrow{A_1P}=\overrightarrow{PA}$，即 P 为 AA_1 的中点时，取 BB_1 的中点 Q，连接 PQ,C_1Q，易证 $PQ\perp$平面 BB_1C_1C，所以直线 PC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为$\angle PC_1Q$，得 $\tan\angle PC_1Q=\frac{PQ}{C_1Q}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，B 错误. 延长 DA 到点 E，使得 $AE=AD$，连接 PE,BE，易证 $BE/\!/AC$，所以直线 PB 与直线 AC 所成的角为$\angle PBE$，易得 $PB=PE,BE=2\sqrt{2}$，则 $\cos\angle PBE=\frac{PB^2+BE^2-PE^2}{2PB\cdot BE}=\frac{\sqrt{2}}{PB}$，因为 $PB\in[2,2\sqrt{2}]$，所以 $\cos\angle PBE\in[\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$，C 正确. 易知 $BP=DP$，则 $BP+DP+2PC_1=2(BP+PC_1)$，将平面 AA_1B_1B 和平面 AA_1C_1C 沿着 AA_1 展开得到的矩形 BB_1C_1C 如图 2 所示，连接 BC_1，则$(BP+DP+2PC_1)^2=4(BP+PC_1)^2\geqslant4BC_1^2=64+32\sqrt{2}$.

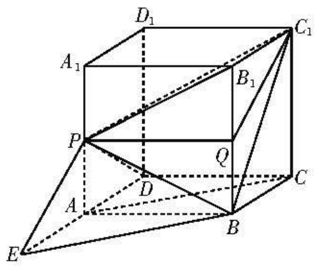


图 1

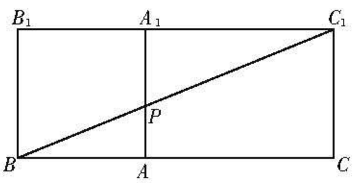
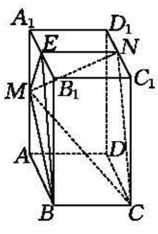


图 2

13. 4　应抽取的女员工人数为 $6\times\frac{16}{16+8}=4$.

14. $\sqrt{5}$　设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则 $a+b\mathrm{i}+2(a-b\mathrm{i})=3a-b\mathrm{i}=6-2\mathrm{i}$，得$\begin{cases}3a=6,\\-b=-2,\end{cases}$即$\begin{cases}a=2,\\b=2,\end{cases}$所以 $z=2+2\mathrm{i}$，$|\mathrm{i}+z|=|\mathrm{i}+2-2\mathrm{i}|=|2-\mathrm{i}|=\sqrt{5}$.

15. $4;2\sqrt{7}$　由正弦定理得 $c\sin B=b\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}b=2\sqrt{3}$，得 $b=4$. 由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cdot\cos C=36+16-24=28$，得 $c=2\sqrt{7}$.



16. 13π　如图，取 E 为 A_1B_1 的中点，连接 EM,EB,EN，则四边形 $EBCN$ 为矩形，故 E,B,C,N 四点共圆，又$ME=\sqrt{3}$，$MB=\sqrt{6}$，$BE=3$，所以 $ME^2+MB^2=BE^2$，即$\triangle EMB$ 为直角三角形，又 $BC\perp$平面 EMB，所以三棱锥 $B-MNC$ 外接球的球心即四边形 $EBCN$ 的外心，设三棱锥 $B-MNC$ 的外接球半径为 R，

2
官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

则 $R^2=(\frac{3}{2})^2+1^2=\frac{13}{4}$,即所求外接球的表面积为 13π.

17.解:(1)由 $y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$,得 $B(2,1)$, ······························ 2 分

则 $C(-2,-1)$, ·· 3 分

所以线段 AC 的中点坐标为$(\frac{-1-2}{2},\frac{0-1}{2})$,即$(-\frac{3}{2},-\frac{1}{2})$. ······························ 5 分

(2)由(1)得$\overrightarrow{AB}=(3,1)$,$\overrightarrow{AC}=(-1,-1)$, ·· 7 分

所以向量$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AC}$上的投影向量的坐标为$\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\cdot\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=(2,2)$. ······················ 10 分

18.(1)证明:∵E 为 CD 的中点且 $AB/\!/CD$,∴$AB/\!/EC$,且 $AB=EC$, ························ 1 分

∴四边形 $ABCE$ 是平行四边形,∴$BC/\!/AE$. ·· 3 分

∵$AE\subset$平面 PAE,$BC\not\subset$平面 PAE,∴$BC/\!/$平面 PAE. ································ 5 分

(2)解:如图,连接 BE,连接 BD,交 AE 于 O.

∵$AB\perp AD$,$AB/\!/DE$,且 $AB=AD=DE$,∴四边形 $ABED$ 是正方形, ················ 6 分

∴$BO\perp AE$,$DO\perp AE$, ·· 8 分

∴二面角 $P-AE-C$ 的平面角为$\angle POB$(备注:作出符合题意的其他二面角也给分). ······

·· 9 分

在$\triangle POB$ 中,$BO=PO=\frac{1}{2}BD=1$,$\cos\angle POB=\frac{BO^2+PO^2-PB^2}{2BO\cdot PO}=-\frac{1}{2}$, ············ 11 分

得$\angle POB=\frac{2\pi}{3}$,即二面角 $P-AE-C$ 的平面角的大小为$\frac{2\pi}{3}$(或 $120°$). ···················· 12 分

19.解:由题意得$\begin{cases}2-2m^2=2\sin^2\alpha,\\ m^2=(\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2)\lambda,\end{cases}$ ································ 2 分

得 $m^2=(\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2)\lambda=\cos^2\alpha$, ··· 4 分

因为 $\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2\alpha+\frac{\pi}{4})+\frac{5}{2}>0$, ································ 5 分

所以 $\lambda=\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2}=\frac{\cos^2\alpha}{3\cos^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha+2\sin^2\alpha}$. ······························ 6 分

当 $\cos^2\alpha=0$ 时,$\lambda=0$; ·· 7 分

3
官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

当 $\cos^2\alpha\neq0$ 时，$\lambda=\dfrac{1}{2\tan^2\alpha+\tan\alpha+3}$ ………………………………………… 9 分

$=\dfrac{1}{2(\tan\alpha+\frac{1}{4})^2+\frac{23}{8}}\in(0,\dfrac{8}{23}]$. ………………………………………… 11 分

故 λ 的取值范围为 $[0,\dfrac{8}{23}]$. ………………………………………… 12 分

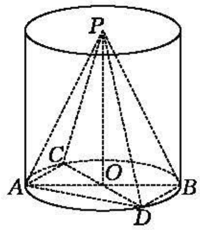
20.(1)证明：如图，连接 OC，OD.

由题意得 $\angle AOC=\angle BOD=\dfrac{\pi}{3}$，$\therefore\triangle AOC$，$\triangle BOD$ 均为正三角形，

$\therefore\angle OAC=\angle OBD$，$\therefore AC/\!/BD$. ………………………………………… 2 分

$\because BD\subset$ 平面 PBD，$AC\not\subset$ 平面 PBD，$\therefore AC/\!/$ 平面 PBD. …………… 4 分

又平面 $PAC\cap$ 平面 $PBD=l$，$\therefore AC/\!/l$. ………………………… 5 分



(2)解：由题意得 $PO\perp$ 平面 ABD，$\therefore PO\perp OB$，$PO\perp OD$，连接 AD，

$\therefore PB=PD=2\sqrt{5}$，$\therefore S_{\triangle PBD}=\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{20-1}=\sqrt{19}$. ……………… 7 分

设 A 到平面 PBD 的距离为 h，易得 $S_{\triangle ABD}=\dfrac{1}{2}AB\cdot BD\sin\angle ABD=2\sqrt{3}$， ………… 9 分

$\because V_{A-PBD}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle PBD}\cdot h=V_{P-ABD}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle ABD}\cdot PO$， ………………………… 11 分

$\therefore h=\dfrac{S_{\triangle ABD}\cdot PO}{S_{\triangle PBD}}=\dfrac{8\sqrt{57}}{19}$. ………………………………………… 12 分

21.解：(1)因为 $\sqrt{3}c\sin B=b-b\cos C$，

所以 $\sqrt{3}\sin C\sin B=(1-\cos C)\sin B$， ………………………………………… 2 分

又 $\sin B\neq0$，所以 $\sqrt{3}\sin C=1-\cos C$， ………………………………………… 3 分

结合 $\sin^2C+\cos^2C=1$，

解得 $\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos C=-\dfrac{1}{2}$， ………………………………………… 4 分

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\dfrac{2\pi}{3}$. ………………………………………… 5 分

(2)因为 $\sin B=2\sin A$，所以 $b=2a$. ………………………………………… 6 分

由 $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$，可得 $\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CA}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CB}$，则 $\overrightarrow{CD}^2=\dfrac{1}{9}\overrightarrow{CA}^2+\dfrac{4}{9}\overrightarrow{CB}^2+\dfrac{4}{9}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$， ……… 8 分

即 $\dfrac{4}{9}=\dfrac{1}{9}b^2+\dfrac{4}{9}a^2-\dfrac{2}{9}ab$，解得 $a=1$，$b=2$. ………………………………………… 10 分

所以$\triangle ABC$的面积为$\frac{1}{2}\times1\times2\times\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………… 12分

22.(1)证明:如图1,连接A_1C. $\because AB=AA_1$,$\therefore$侧面AA_1C_1C是正方形,$\therefore AC_1\perp A_1C$.

$\because D,E$分别为AA_1,AC的中点,$\therefore DE/\!/A_1C$,$\therefore AC_1\perp DE$. …… 1分

$\because\triangle ABC$为正三角形,$\therefore BE\perp AC$,$\because AA_1\perp$平面ABC,$\therefore AA_1\perp BE$,

………………………………………………………… 2分

$\because AC\cap AA_1=A$,$\therefore BE\perp$平面AA_1C_1C,$\therefore BE\perp AC_1$. …………… 3分

$\because BE\cap DE=E$,$\therefore AC_1\perp$平面BDE. ……………………………… 4分

$\because AC_1\subset$平面AB_1C_1,$\therefore$平面$AB_1C_1\perp$平面BDE. ……………… 5分

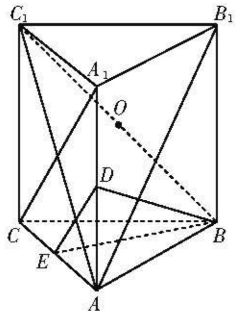


图1

(2)解:如图2,连接C_1E,交A_1C于I,取C_1E的中点F,过F作$HG/\!/A_1C$,分别交CC_1,A_1C_1于H,G,连接HG,OG,OF,OH.

易得$OF/\!/BE,HG/\!/DE$, …………………………………………………… 6分

$\because OF,HG\not\subset$平面$BED$,$BE,DE\subset$平面$BED$,$\therefore OF/\!/$平面$BED$,$HG/\!/$平面$BED$. ……………………………………………………………… 7分

$\because OF\cap HG=F$,$\therefore$平面$OHG/\!/$平面BED. $\therefore M$的轨迹为线段HG.

………………………………………………………… 8分

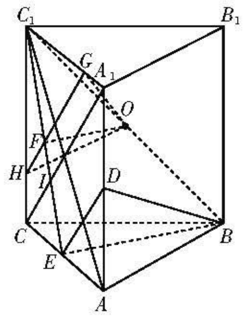


图2

$\because\triangle CEI\backsim\triangle A_1C_1I$,$\therefore\frac{C_1I}{EI}=\frac{A_1C_1}{CE}=2$,$\therefore\frac{C_1F}{C_1I}=\frac{\frac{1}{2}CE}{\frac{2}{3}CE}=\frac{3}{4}$. …… 9分

$\because\triangle C_1HG\backsim\triangle C_1CA_1$,$\therefore\frac{HG}{CA_1}=\frac{C_1F}{C_1I}=\frac{3}{4}$,

$\therefore CA_1=\frac{4}{3}HG=4\sqrt{2}$,$\therefore AB=AA_1=\frac{\sqrt{2}}{2}CA_1=4$. ………………………………… 11分

故三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的表面积为$2\times\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times4\times4=48+8\sqrt{3}$. …… 12分

官方微信公众号:zizzsw 咨询热线:010-5601 9830
官方网站:www.zizzs.com 微信客服:zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜
自主选拔在线