大联考长沙市一中2024届高三月考试卷(一)

数学参考答案

一、选择题(本大题共8个小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	B	A	C	C	C	B

1. B 【解析】因为$P\subseteq Q$,则由子集的定义知集合P中的任何一个元素都在Q中,而Q中元素不一定在P中(集合相等或不相等两种情况),故B正确,ACD错误.故选B.来源：高三答案公众号

2. B 【解析】由等比数列$\{a_n\}$的前n项和的性质可得:S_{10},$S_{20}-S_{10}$,$S_{30}-S_{20}$也成等比数列,$\therefore (S_{20}-S_{10})^2=S_{10}\times(S_{30}-S_{20})$,解得$S_{30}=15$.故选B.

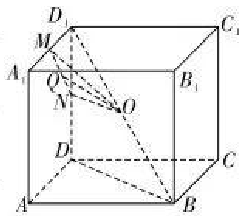
3. B 【解析】$\cos\theta=\dfrac{\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}}{\cos^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\theta}{2}}=\dfrac{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}=-\dfrac{3}{5}$,故选B.

4. A 【解析】抛物线$x=\frac{1}{4}y^2$即$y^2=4x$的焦点坐标为$(1,0)$,双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$,即$bx\pm ay=0$,所以点$(1,0)$到直线$bx\pm ay=0$的距离为$\frac{b}{\sqrt{b^2+a^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,则$b=a$,则双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\sqrt{\frac{c^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$,故选A.

5. C 【解析】对于选项A:$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\leqslant|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|$,故A正确;对于选项B:当$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$不共线时,由向量加法的三角形法则,可得$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$;当$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$反向共线时,可得$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}||<|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$;当$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$同向共线时,可得$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$;综合可得$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|$,故B正确;对于选项C:与向量$\boldsymbol{a}$共线的单位向量为$\pm\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}$,故C错误;对于选项D:由$\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\boldsymbol{e}$,易知$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{e}\rangle$,所以向量$\boldsymbol{a}$在向量$\boldsymbol{b}$上的投影向量为$|\boldsymbol{a}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle\boldsymbol{e}=(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e})\boldsymbol{e}$;故D正确.综上,故选C.

6. C 【解析】甲、乙一定都正确,则$\mu=m$.由正态分布的特点:中间分布多,两边分布少,左右对称,可知丁正确,丙错,故选C.

7. C 【解析】如图,正方体外接球的球心在其中心点O处,球的半径$R=\frac{1}{2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,要使过$MN$的平面截该球得到的截面面积最小,则截面圆的圆心为线段MN的中点Q,连接OM,ON,则$OM=ON=MN=\frac{\sqrt{2}}{2}$,所以$OQ=\sqrt{OM^2-\left(\frac{1}{2}MN\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$,此时截面圆的半径$r=\sqrt{R^2-OQ^2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$,此时,截面面积的最小值$S=\pi r^2=\frac{3}{8}\pi$.故选C.



8. B 【解析】设$g(x)=x+\frac{1}{x}-a$,$x\in\left[\frac{1}{2},4\right]$,则$g(x)$在$\left[\frac{1}{2},1\right]$上单调递减,在$[1,4]$上单调递增,$g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{2}-a$,$g(1)=2-a$,$g(4)=\frac{17}{4}-a$,所以$M(a)$是$\left|\frac{5}{2}-a\right|$,$|2-a|$,$\left|\frac{17}{4}-a\right|$三者中的较大者,

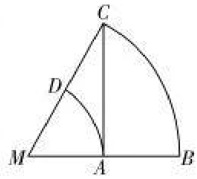
所以$M(a)=\begin{cases}\frac{17}{4}-a, & a\leqslant\frac{25}{8},\\ a-2, & a>\frac{25}{8},\end{cases}$所以当$a=\frac{25}{8}$时,$M(a)$的最小值为$\frac{9}{8}$.故选B.

二、选择题(本大题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项是符合题目要求,全部选对的得 5 分,有选错的得 0 分,部分选对的得 2 分)

题　号	9	10	11	12
答　案	ABC	AD	ACD	ABD

9. ABC 【解析】对于选项 A:$f(x)=\left(x^3-\frac{1}{x}\right)^7$ 的二项展开式的通项为 $C_7^r(x^3)^{7-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^r=(-1)^rC_7^rx^{21-4r}$,$r=0,1,2,\cdots,7$,不满足 $21-4r=0$,故没有常数项,故 A 正确;对于选项 B:展开式中系数最大的项是 $C_7^4x^{21-4\times4}=35x^5$,故 B 正确;对于选项 C:展开式的二项式系数之和为 $2^7=128$,故 C 正确;对于选项 D:令 $x=1$,可得展开式中各项的系数之和为 $0^7=0$,故 D 错误. 故选 ABC.

10. AD 【解析】对于 A 选项:圆台的全面积为 $\pi\times1^2+\pi\times2^2+\pi\times(1+2)\times3=14\pi$,故 A 正确;对于 B 选项:圆台的体积为 $\frac{1}{3}(\pi\times1^2+\pi\times2^2+\pi\times\sqrt{1^2\times2^2})\times2\sqrt{2}=\frac{14\sqrt{2}\pi}{3}$,故 B 错误;对于 C 选项:易知圆台的轴截面 $ABCD$ 为等腰梯形,其中位线为中截面圆的直径,所以中截面圆的半径长为 $\frac{2+4}{4}=\frac{3}{2}$,所以中截面圆的面积为 $\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9\pi}{4}$,故 C 错误;对于 D 选项:将圆台沿着轴截面 $ABCD$ 切开,将圆台的侧面的一半展开如图所示,延长 BA、CD 交于点 M,在圆台的轴截面等腰梯形 $ABCD$ 中,$AD/\!/BC$,$AD=\frac{1}{2}BC$,易知 A,D 分别为 BM,CM 的中点,所以 $AM=DM=AB=3$,设 $\angle AMD=\theta$,则 $\overset{\frown}{AD}=3\theta=\pi$,则 $\theta=\frac{\pi}{3}$,在 $\triangle ACM$ 中,$AM=3$,$CM=6$,$\angle AMD=\frac{\pi}{3}$,由余弦定理可得 $AC=\sqrt{AM^2+CM^2-2AM\cdot CM\cos\frac{\pi}{3}}=\sqrt{3^2+6^2-2\times3\times6\times\frac{1}{2}}=3\sqrt{3}$,因此,从点 A 经过圆台的表面到点 C 的最短距离为 $3\sqrt{3}$,故 D 正确. 故选:AD.



11. ACD 【解析】由题意,$\angle POQ=2x$,则 $f(x)=\frac{1}{2}\times1\times2x-\frac{1}{2}\times1\times\sin 2x=x-\frac{1}{2}\sin 2x$,$x\in(0,\pi]$. 所以 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$,故选项 A 正确;因为 $f'(x)=1-\cos 2x\geq0$,故函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,\pi]$,故选项 B 错误;因为 $f(x)+f(\pi-x)=\pi$,所以 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ 中心对称,故选项 C 正确;$f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\geq f'(x)$,故 $x=\frac{\pi}{2}$ 时,函数 $f(x)$ 的瞬时变化率最大,故选项 D 正确. 故选 ACD.

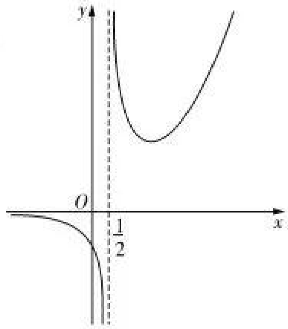
12. ABD 【解析】令 $m=1$,$n=2$,得 $a_2+a_4=2a_3+1$,解得 $a_4=5$,故 A 正确. 此时 $a_4-a_2=3$,令 $m=n+2$,得 $a_{2n+4}+a_{2n}=2a_{2n+2}+2$,从而 $(a_{2n+4}-a_{2n+2})-(a_{2n+2}-a_{2n})=2$,所以数列 $\{a_{2n+2}-a_{2n}\}$ 是以 3 为首项,2 为公差的等差数列,故 B 正确. 所以 $a_{2n+2}-a_{2n}=2n+1$,所以 $a_{2n}-a_2=(a_{2n}-a_{2n-2})+(a_{2n-2}-a_{2n-4})+\cdots+(a_4-a_2)=(2n-1)+(2n-3)+\cdots+3=\frac{(n-1)(2n+2)}{2}=n^2-1$,所以 $a_{2n}=n^2+1$,故 C 错误. 令 $m=n+1$,得 $a_{2n+2}+a_{2n}=2a_{2n+1}+1$,所以 $a_{2n+1}=\frac{a_{2n+2}+a_{2n}-1}{2}=n^2+n+1$,又 $a_1=1$,所以当 n 为奇数时,$a_n=\frac{n^2+3}{4}$,故 D 正确.

三、填空题(本大题共 4 个小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. $(1,\sqrt{2}+1)$ 【解析】若圆 C_1 与圆 C_2 有且仅有两条公切线,则两圆相交,圆心 $C_1(0,0)$,半径 $R=1$,圆心 $C_2(1,1)$,半径 r,则 $|C_1C_2|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$,若两圆相交,则满足 $r-R<|C_1C_2|<R+r$,即 $r-1<\sqrt{2}<1+r$,得 $\sqrt{2}-1<r<\sqrt{2}+1$,又 $r>1$,故答案为:$1<r<\sqrt{2}+1$.

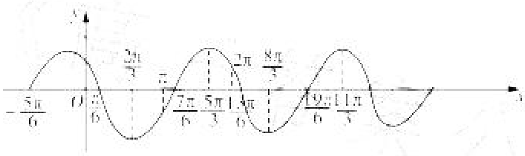
14. 9 【解析】∵等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和有最大值,∴等差数列 $\{a_n\}$ 为递减数列,又 $\frac{a_6}{a_5}<-1$,∴$a_5>0$,$a_6<0$,∴$a_5+a_6<0$,又 $S_{10}=\frac{10(a_1+a_{10})}{2}=\frac{10(a_5+a_6)}{2}<0$,$S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=9a_5>0$,∴使 $S_n>0$ 成立的正整数 n 的最大值是 9.

15. $\left(\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}},+\infty\right)$ 【解析】显然 $x=\frac{1}{2}$ 不是 $f(x)$ 的零点，令 $f(x)=0$ 得 $a=\frac{e^x}{2x-1}$，设 $g(x)=\frac{e^x}{2x-1}$，则 $g'(x)=\frac{(2x-3)e^x}{(2x-1)^2}$，有 $g(x)$ 在 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)$ 上单调递减，$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$ 上单调递减，$\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$ 上单调递增，当 $x=\frac{3}{2}$ 时，$g(x)$ 取得极小值 $g\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}}$，作出函数 $g(x)$ 的大致图象如图所示，结合图象可知实数 a 的取值范围是 $\left(\frac{1}{2}e^{\frac{3}{2}},+\infty\right)$.



16. $\left(0,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{5}{6}\right]$ 【解析】解法一：由题意可知，$f(0)=\frac{1}{2}$，且 $0<\varphi<\pi$，则 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，又 $f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 上没有最值，$\frac{T}{2}\geqslant\pi$，即 $0<\omega\leqslant 1$，考虑 $f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 上存在最值，则 $\omega\pi+\frac{\pi}{3}<k\pi<2\omega\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$，即 $\frac{k}{2}-\frac{1}{6}<\omega<k-\frac{1}{3}$，又 $0<\omega\leqslant 1$，即 $\begin{cases}\frac{k}{2}-\frac{1}{6}\leqslant 1,\\ k-\frac{1}{3}>0,\end{cases}$ 即 k 可取 1，2；得 $\omega\in\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{6},1\right]$，故 $f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 上没有最值，可得 $\omega\in\left(0,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{5}{6}\right]$.

解法二：(基于伸缩理解，由特殊到一般)由题意可知，$f(0)=\frac{1}{2}$，且 $0<\varphi<\pi$，则 $\varphi=\frac{\pi}{3}$，不妨取 $\omega=1$，$f(x)=\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$，其大致图象如下：



由图可知，$f(x)$ 在区间 $(\pi,2\pi)$ 上没有最值包含两种情况：

情况一：$\frac{2\pi}{3\omega}\geqslant 2\pi$，得 $0<\omega\leqslant\frac{1}{3}$；

情况二：$\begin{cases}\frac{2\pi}{3\omega}\leqslant\pi,\\ \frac{5\pi}{3\omega}\geqslant 2\pi,\end{cases}$ 得 $\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{5}{6}$，

综上，$\omega\in\left(0,\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3},\frac{5}{6}\right]$.

四、解答题(本大题共 6 个小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.【解析】(1)由题意，可知，$CD=\frac{a\sin B}{\sin\angle ACB}$，

由正弦定理，可得 $CD=\frac{ab}{c}$，

又因为 $c^2=ab$，故可得 $CD=c$. ······························ 4 分

(2)由 $CD=c$，故 $AD=BD=\frac{c}{2}$，

在 $\triangle ACD$ 中，$\cos\angle ADC=\frac{\frac{5}{4}c^2-b^2}{c^2}$；

在 $\triangle BCD$ 中，$\cos\angle BDC=\frac{\frac{5}{4}c^2-a^2}{c^2}$ ······························ 6 分

又因为$\angle ADC+\angle BDC=\pi$，即有$\dfrac{\frac{5}{4}c^2-b^2}{c^2}+\dfrac{\frac{5}{4}c^2-a^2}{c^2}=0$，

即$a^2+b^2=\dfrac{5}{2}c^2$，………………………………………………………………………… 8分

则$\cos\angle ACB=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{3c^2}{4ab}=\dfrac{3}{4}$. ……………………………………………………… 10分

18.**【解析】**(1)由题知$a_n\neq 0$.

当$n=1$时，$a_1=S_1=\dfrac{a_1a_2}{2}$，$a_2=2$；………………………………………………………………… 1分

当$n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{a_na_{n+1}}{2}-\dfrac{a_{n-1}a_n}{2}$，所以$a_{n+1}-a_{n-1}=2$， ……………………… 3分

所以数列$\{a_{2n-1}\}$是首项为1，公差为2的等差数列，数列$\{a_{2n}\}$是首项为2，公差也为2的等差数列，

$a_{2n-1}=a_1+2(n-1)=2n-1$，$a_{2n}=a_2+2(n-1)=2n$，

所以$a_n=n$. …………………………………………………………………………………………… 6分

(2)由(1)得，$b_n=\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$，……………………………………………………… 9分

即$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{99}=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{100}-\sqrt{99}=10-1=9$. ……………………… 12分

19.**【解析】**(1)证明：因为$PA\perp$平面ABC，$BC\subset$平面ABC，所以$PA\perp BC$，……………………………… 1分

又因为$AC\perp BC$，而$PA\cap AC=A$，$PA,AC\subset$平面PAC，

所以$BC\perp$平面PAC，又$AE\subset$平面PAC，所以$BC\perp AE$. ………………………………………… 2分

又因为$PA=AC$，点E是PC的中点，所以$AE\perp PC$，

而$PC\cap BC=C$，$PC,BC\subset$平面PBC，所以$AE\perp$平面PBC，$PB\subset$平面PBC，所以$AE\perp PB$. ………… 3分

又$PB\perp EF$，$AE\cap EF=E$，$AE,EF\subset$平面AEF，

所以$PB\perp$平面AEF. ……………………………………………………………………………… 6分

(2)解法一：设$BC=\lambda(\lambda>0)$，由(1)得，$AE=PE=CE=\sqrt{2}$，可知$AB=\sqrt{4+\lambda^2}$，$PB=\sqrt{8+\lambda^2}$，

由$\triangle PFE\backsim\triangle PCB$，得$\dfrac{PE}{PB}=\dfrac{EF}{BC}$，故$EF=\dfrac{\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{8+\lambda^2}}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle PFE$中，$PF=\sqrt{PE^2-EF^2}=\dfrac{4}{\sqrt{8+\lambda^2}}$，

所以$V_{P-AEF}=\dfrac{1}{3}\times S_{\triangle AEF}\times PF=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{8+\lambda^2}}\right)\times\dfrac{4}{\sqrt{8+\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$，

化简得$(\lambda-2\sqrt{2})^2=0$，解得$\lambda=2\sqrt{2}$. 故$EF=1$. ……………………………………………………… 9分

由(1)知$PF\perp$平面AEF，故$\angle PEF$即为所求角，

在$\mathrm{Rt}\triangle PFE$中，$\cos\angle PEF=\dfrac{EF}{PE}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，又$\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，故$\theta=\dfrac{\pi}{4}$. ……………………………… 12分

解法二：设$BC=\lambda(\lambda>0)$，由(1)得，$AE=PE=CE=\sqrt{2}$，可知$AB=\sqrt{4+\lambda^2}$，$PB=\sqrt{8+\lambda^2}$，

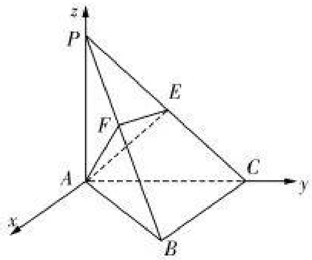
由$\triangle PFE\backsim\triangle PCB$，得$\dfrac{PE}{PB}=\dfrac{EF}{BC}$，故$EF=\dfrac{\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{8+\lambda^2}}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle PFE$中，$PF=\sqrt{PE^2-EF^2}=\dfrac{4}{\sqrt{8+\lambda^2}}$，

所以$V_{P-AEF}=\dfrac{1}{3}\times S_{\triangle AEF}\times PF=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}\lambda}{\sqrt{8+\lambda^2}}\right)\times\dfrac{4}{\sqrt{8+\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$，

化简得$(\lambda-2\sqrt{2})^2=0$，解得$\lambda=2\sqrt{2}$. ………………………………………………………… 9分

如图，以A为原点，与AC垂直的方向，射线AC，射线AP分别为x,y,z轴的正半轴，建立空间直角坐标系，



因为 $PA=AC=2,BC=2\sqrt{2}$，则 $A(0,0,0),P(0,0,2),B(2\sqrt{2},2,0),C(0,2,0)$，

$\overrightarrow{PB}=(2\sqrt{2},2,-2),\overrightarrow{PC}=(0,2,-2)$，来源：高三答案公众号

由(1)知，$PB\perp$平面 AEF，所以$\overrightarrow{PB}=(2\sqrt{2},2,-2)$是平面 AEF 的一个法向量，
…………………………………………………………………………………… 10 分

设直线 PC 与平面 AEF 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}}{|\overrightarrow{PB}|\cdot|\overrightarrow{PC}|}\right|=\left|\dfrac{8}{4\times2\sqrt{2}}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，又 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，故 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$. ………
…………………………………………………………………………………… 12 分

20.【解析】(1)因为发射Ⅱ型号炮弹三发至少击中一发的对立事件是一发都未击中，且每发炮弹击中与否相互独立，所以发射Ⅱ型号炮弹三发至少击中一发的概率为 $1-(1-q)^3$，

所以 $1-(1-q)^3\geqslant0.936$，解得 $q\geqslant0.6$，又 $0<q<1$，所以 $0.6\leqslant q<1$. ……………………………… 4 分

(2)选用Ⅱ型号炮弹使得目标飞行物坠毁的概率更大，理由如下：

记事件 M="发射Ⅰ型号炮弹使得目标飞行物坠毁"，A_i="发射Ⅰ型号炮弹击中 i 发"$(i=0,1,2,3)$，

则 $P(M)=P(A_1)P(M|A_1)+P(A_2)P(M|A_2)+P(A_3)P(M|A_3)$

$=C_3^1p(1-p)^2\times0.6+C_3^2p^2(1-p)+C_3^3p^3=-0.2p^3-0.6p^2+1.8p$， ……………………………… 6 分

记事件 N="发射Ⅱ型号炮弹使得目标飞行物坠毁"，B_j="发射Ⅱ型号炮弹击中 j 发"$(j=0,1,2,3)$，

则 $P(N)=P(B_1)P(N|B_1)+P(B_2)P(N|B_2)+P(B_3)P(N|B_3)$

$=C_3^1q(1-q)^2\times0.4+C_3^2q^2(1-q)\times0.8+C_3^3q^3=-0.2q^3+1.2q=0.2p^3-0.6p^2-0.6p+1$. …………… 8 分

$P(N)-P(M)=0.4p^3-2.4p+1,0<p\leqslant0.4$.

设 $f(p)=0.4p^3-2.4p+1,0<p\leqslant0.4$.

$f'(p)=1.2p^2-2.4=1.2(p^2-2)<0$，所以 $f(p)$ 在区间$(0,0.4]$上单调递减.

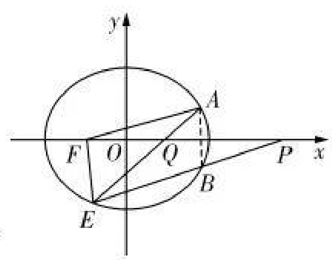
因为 $f(0.4)=0.4\times0.4^3-2.4\times0.4+1=0.0656>0$， …………………………………………………… 11 分

所以当 $p\in(0,0.4]$ 时，$P(N)-P(M)>0$，$\therefore P(N)>P(M)$.

所以选用Ⅱ型号炮弹使得目标飞行物坠毁的概率更大. ………………………………………………… 12 分

21.【解析】(1)依题意 $\begin{cases}a-c=1,\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2},\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ 解得 $a=2,b=\sqrt{3}$.

所以椭圆 C 的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………………… 4 分



(2)因为 AE 不与坐标轴垂直，可设 AE 的直线方程为 $x=my+t(m\neq0)$，

设点 $A(x_1,y_1)(y_1\neq0),E(x_2,y_2)$，则 $B(x_1,-y_1)$，

联立$\begin{cases}x=my+t,\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1,\end{cases}$ 得$(3m^2+4)y^2+6mty+3t^2-12=0$，

则 $\Delta=48(3m^2-t^2+4)>0,y_1+y_2=\dfrac{-6mt}{3m^2+4},y_1y_2=\dfrac{3t^2-12}{3m^2+4}$，…………… 6 分

因为点 P,B,E 三点共线且斜率一定存在，

所以$\dfrac{y_2+y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{-y_1}{x_1-4}$，所以 $x_1y_2+x_2y_1=4(y_1+y_2)$，

将 $x_1=my_1+t,x_2=my_2+t$ 代入，化简可得$\dfrac{y_1+y_2}{y_1y_2}=\dfrac{2m}{4-t}$，

故$\dfrac{2m}{4-t}=\dfrac{-6mt}{3t^2-12}$，解得 $t=1$，满足 $\Delta=48(3m^2+3)>0$，……………………………… 8 分

所以直线 AE 过定点 $Q(1,0)$，且 Q 为椭圆右焦点，设所求内切圆半径为 r，因为 $S_{\triangle AEF}=\frac{1}{2}\times 4a\cdot r=4r$，

所以 $r=\frac{S_{\triangle AEF}}{4}=\frac{S_{\triangle FQA}+S_{\triangle FQE}}{4}=\frac{\frac{1}{2}|FQ|\cdot|y_1-y_2|}{4}=\frac{\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}}{4}=\frac{3\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$，…………… 10 分

令 $u=\sqrt{m^2+1}(u>1)$，则 $m^2=u^2-1$，所以 $r=\frac{3u}{3u^2+1}=\frac{3}{3u+\frac{1}{u}}$，

因为 $u>1$，对勾函数 $y=3u+\frac{1}{u}$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $3u+\frac{1}{u}>4$，则 $0<r<\frac{3}{4}$．

所以 $\triangle AEF$ 内切圆半径 r 的范围为 $\left(0,\frac{3}{4}\right)$．…………………………………………………………… 12 分

22.【解析】(1) 当 $a=-1$ 时，$f(x)=e^{x-1}$，

令 $h(x)=f(x)-g(x)=e^{x-1}-\ln(x+1)$，$x>-1$，则 $h'(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x+1}$，

令 $m(x)=e^{x-1}-\frac{1}{x+1}$，因为 $m'(x)=e^{x-1}+\frac{1}{(x+1)^2}>0$，

所以 $m(x)$ 在区间 $(-1,+\infty)$ 上单调递增，且 $m(0)=\frac{1}{e}-1<0$，$m(1)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}>0$，

所以存在 $x_0\in(0,1)$，满足 $e^{x_0-1}=\frac{1}{x_0+1}$，……………………………………………………………… 4 分

当 $x\in(-1,x_0)$ 时，$m(x)<0$，$h(x)$ 单调递减；当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时，$m(x)>0$，$h(x)$ 单调递增；

则当 $x=x_0$ 时，$h(x)$ 取得最小值，可得 $h(x_0)=e^{x_0-1}-\ln(x_0+1)=\frac{1}{x_0+1}+x_0-1=\frac{1}{x_0+1}+x_0+1-2>0$，

所以当 $a=-1$ 时，$f(x)>g(x)$．………………………………………………………………………… 6 分

(2) 设公切线 l 与两函数的图象分别相切于点 $A(x_1,e^{x_1+a})$ 和点 $B(x_2,\ln(x_2+1))$，

因为 $f'(x)=e^{x+a}$，$g'(x)=\frac{1}{x+1}$，

所以直线 l 的方程可表示为 $y-e^{x_1+a}=e^{x_1+a}(x-x_1)$ 或 $y-\ln(x_2+1)=\frac{1}{x_2+1}(x-x_2)$，…………………… 8 分

则有 $e^{x_1+a}=\frac{1}{x_2+1}$，①

$(1-x_1)e^{x_1+a}=\ln(x_2+1)-\frac{x_2}{x_2+1}=\ln(x_2+1)+\frac{1}{x_2+1}-1$，②

由①可得 $x_1=-\ln(x_2+1)-a$，代入②可得 $[a+1+\ln(x_2+1)]\frac{1}{x_2+1}=\ln(x_2+1)+\frac{1}{x_2+1}-1$，

即 $a=x_2\ln(x_2+1)-(x_2+1)$，令 $t=x_2+1$，$t\in(0,+\infty)$，则 $a=(t-1)\ln t-t$，

令 $w(t)=(t-1)\ln t-t$，则 $w'(t)=\ln t-\frac{1}{t}$，

$w'(t)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$w'(1)=-1<0$，$w'(2)=\ln 2-\frac{1}{2}>0$，

故存在 $t_0\in(1,2)$，使得 $\ln t_0=\frac{1}{t_0}$，………………………………………………………………… 10 分

$w(t)=(t-1)\ln t-t$ 在区间 $(0,t_0)$ 上单调递减，在区间 $(t_0,+\infty)$ 上单调递增．

$w(t_0)=(t_0-1)\ln t_0-t_0=1-\left(t_0+\frac{1}{t_0}\right)\in\left(-\frac{3}{2},-1\right)$，当 t 趋近于 0 或者正无穷大时，$w(t)$ 均趋向于正无穷大．

又 a 为整数，所以 $a\geq -1$，故所求整数 a 的最小值是 -1．……………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。