高三数学试卷参考答案(理科)

1. A　$z=(3+2i)(2-i)=6-3i+4i-2i^2=8+i$,在复平面内对应的点位于第一象限.

2. A　由题意可得 $A=\{x|2<x<3\}$,$B=\{x|x<\frac{5}{2}\}$,则 $A\cap B=\{x|2<x<\frac{5}{2}\}$.

3. B　因为 $f(-x)=\frac{(-x)^2}{2^{-x}-2^x}=-f(x)$,所以 $f(x)$ 为奇函数,排除AC. 当 $x>0$ 时,$f(x)>0$,排除D,故选B.

4. C　因为 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$,所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$,即 $3\times8+4m=0$,解得 $m=-6$,则 $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$.

5. A　$(x^3-\frac{1}{x})^{10}$ 展开式的通项为 $T_{r+1}=C_{10}^r\cdot(x^3)^{10-r}\cdot(-\frac{1}{x})^r=(-1)^r\cdot C_{10}^r\cdot x^{30-4r}$. 令 $30-4r=2$,得 $r=7$,则 $T_8=(-1)^7\times C_{10}^7\cdot x^2=-120x^2$.

6. B　由题意可知该曲面棱柱的底面积 $S=\frac{9(\pi-\sqrt{3})}{2}$. 设 $AB=x$,则 $3\times(\frac{1}{2}\times\frac{\pi}{3}x^2-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2)+\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=\frac{9(\pi-\sqrt{3})}{2}$,解得 $x=3$.

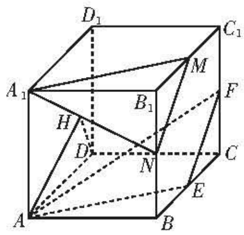
7. D　由题意可得 $a_5=2a_4+2=2(2a_3-1)+2=4(2a_2+2)=8(2a_1-1)+8=16a_1=16$,$a_8=2a_7-1=2(2a_6+2)-1=4(2a_5-1)+3=127$,则 $a_5+a_8=16+127=143$.

8. C　由题意可得这4名大一新生恰好加入其中2个社团的不同情况有 $(C_4^1+\frac{C_4^2}{A_2^2})C_3^2A_2^2=42$ 种.

9. D　因为 $\angle AMB=\frac{2\pi}{3}$,所以圆心 M 到渐近线的距离等于半径的一半,则 $\frac{ab}{c}=\frac{c}{2}$,则 $a^2(c^2-a^2)=\frac{c^4}{4}$,即 $(\frac{c}{a})^4-4(\frac{c}{a})^2+4=0$,解得 $(\frac{c}{a})^2=2$,则双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{2}$.

10. B　作出 $f(x)$ 的图象(图略),由图可知 $m\leqslant5$.

11. B　如图,分别取棱 B_1C_1,BB_1 的中点 M,N,连接 A_1M,A_1N,MN. 易证平面 A_1MN∥平面 AEF,则点 P 在线段 A_1N 上. 过点 A 作 $AH\perp A_1N$,垂足为 H,连接 DH,则 $DP\geqslant DH$,当且仅当 P 与 H 重合时,$DP=DH=\sqrt{DA^2+AH^2}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.



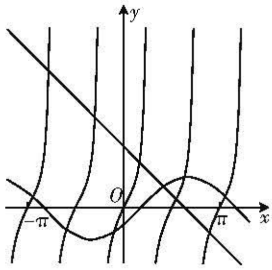
12. A　令 $f(x)=e^x-x-1$,则 $f'(x)=e^x-1$. 当 $x>0$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,所以当 $x>0$ 时,$f(x)=e^x-x-1>f(0)=0$,即 $e^x-x-1>0$,所以 $e^x>x+1$,所以 $e^{\frac{1}{3}}>\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$,即 $\sqrt[3]{e}>\frac{4}{3}$. 令 $g(x)=\ln x-\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})$,$x>1$,则 $g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2x^2}=-\frac{(x-1)^2}{2x^2}<0$,所以 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减,所以 $g(x)<g(1)=0$,所以

当 $x>1$ 时，$\ln x<\frac{1}{2}(x-\frac{1}{x})$，则 $\ln 3<\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3})=\frac{4}{3}$，所以 $a>c>b$.

13. 120　由题意可知 $P(X>120)=P(X<60)=0.1$，则数学成绩为优秀的人数是 $1200\times0.1=120$.

14. 2　设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，由题意可得 $3d=6$，则 $d=2$.

15. 7　作出 $f(x)=\tan 2x$ 与 $g(x)=\sin(x-\frac{\pi}{6})$ 在区间 $[-\pi,\pi]$ 上的大致图象，如图所示，由图可知 $m=4$，直线 $x+y=2$ 与 $f(x)$ 的图象在区间 $[0,\pi]$ 上有 3 个交点，则 $n=3$，所以 $m+n=7$.



16. 2　由题意可知 $F(\frac{p}{2},0)$，设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}\cdot|DE|p=\frac{p}{2}|DE|$，

$$S_{四边形ABED}=\frac{|AD|+|BE|}{2}\cdot|DE|=\frac{x_1+\frac{p}{2}+x_2+\frac{p}{2}}{2}\cdot|DE|=\frac{x_1+x_2+p}{2}\cdot|DE|,$$

因为 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{4}S_{四边形ABED}$，所以 $x_1+x_2=3p$. 由题意可知直线 l 的斜率不为 0，设直线 l 的方程为 $x=my+\frac{p}{2}$，联立 $\begin{cases}x=my+\frac{p}{2},\\ y^2=2px,\end{cases}$ 整理得 $y^2-2mpy-p^2=0$，则 $y_1+y_2=2mp$，$y_1y_2=-p^2$，从而 $x_1+x_2=m(y_1+y_2)+p=(2m^2+1)p=3p$，解得 $m^2=1$，故 $|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=2\sqrt{2}p$，即 $|DE|=2\sqrt{2}p$. 因为 $S_{\triangle DEF}=4\sqrt{2}$，所以 $\sqrt{2}p^2=4\sqrt{2}$，解得 $p=2$.

17. 解：(1) 由题意得 $x=\frac{2+4+5+6+8}{5}=5$，$y=\frac{3+4+6+5+7}{5}=5$. ………………………… 2 分

因为 $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2+x_5^2=145$，$x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3+x_4y_4+x_5y_5=138$， …………… 4 分

所以 $\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-x)(y_i-y)=\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i-5x\,y=138-5\times5\times5=13$，

$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-x)^2}=\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\,x^2}=\sqrt{145-5\times5^2}=2\sqrt{5}$，$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-y)^2}=\sqrt{10}$，

故 $r=\frac{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-x)(y_i-y)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-x)^2\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-y)^2}}=\frac{13}{2\sqrt{5}\times\sqrt{10}}=\frac{13\sqrt{2}}{20}\approx0.92$. …………………… 6 分

(2) $\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-x)(y_i-y)}{\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-x)^2}=\frac{13}{20}=0.65$，$\hat{a}=y-\hat{b}x=5-0.65\times5=1.75$， … 8 分

故线性回归直线方程为 $\hat{y}=0.65x+1.75$. ……………………………………………………… 9 分

(3)当 $x=10$ 时，$\hat{y}=0.65\times10+1.75=8.25$ 百万元. ……………………………… 12分

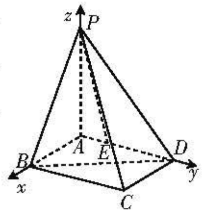
18.(1)证明：由四边形 $ABCD$ 为矩形，得 $AD\perp CD$. ……………………………… 1分

因为 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $PA\perp CD$. ……………………………… 2分

因为 $PA\cap AD=A$，所以 $CD\perp$ 平面 PAD. ……………………………… 3分

因为 $CD\subset$ 平面 PCD，所以平面 $PAD\perp$ 平面 PCD. ……………………………… 4分

(2)解：以 A 为坐标原点，建立如图所示的空间直角坐标系，………… 5分



则 $A(0,0,0)$，$B(1,0,0)$，$D(0,3,0)$，$P(0,0,3)$，$E(0,1,0)$， ………… 6分

所以 $\overrightarrow{PB}=(1,0,-3)$，$\overrightarrow{BD}=(-1,3,0)$，$\overrightarrow{PE}=(0,1,-3)$. ………… 7分

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 是平面 PBD 的法向量，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x-3z=0,\\ -x+3y=0.\end{cases}$ ……………………………… 8分

令 $x=3$，得 $\boldsymbol{n}=(3,1,1)$. ……………………………… 9分

因为 $\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{PE}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PE}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{PE}|}=\dfrac{-2}{\sqrt{11}\times\sqrt{10}}=-\dfrac{\sqrt{110}}{55}$，……………………………… 11分

所以 PE 与平面 PBD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{110}}{55}$. ……………………………… 12分

19.解：(1)因为 $\sqrt{2}c\sin(A+\frac{\pi}{4})=b$，所以 $\sqrt{2}\sin C(\sin A\cos\frac{\pi}{4}+\cos A\sin\frac{\pi}{4})=\sin B$，

即 $\sin C\sin A+\sin C\cos A=\sin B$. ……………………………… 2分

因为 $A+B+C=\pi$，所以 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，……………… 3分

所以 $\sin C=\cos C$，即 $\tan C=1$. ……………………………… 4分

因为 $0<C<\pi$，所以 $C=\frac{\pi}{4}$. ……………………………… 5分

(2)因为 D 为 AB 边的中点，所以 $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$， ……………………………… 6分

所以 $\overrightarrow{CD}^2=\dfrac{\overrightarrow{CA}^2+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CB}^2}{4}=\dfrac{b^2+a^2+2ab\cos C}{4}=\dfrac{b^2+4b+8}{4}=\dfrac{(b+2)^2+4}{4}$. … 8分

在△ABC 中，由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，得 $b=\dfrac{2\sqrt{2}\sin B}{\sin(B+\frac{\pi}{4})}=\dfrac{4}{1+\frac{1}{\tan B}}$. ……………… 9分

因为△ABC 为锐角三角形，且 $C=\frac{\pi}{4}$，所以 $B\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$，……………………………… 10分

则 $\tan B\in(1,+\infty)$，故 $b\in(2,4)$. ……………………………… 11分

因为 $b\in(2,4)$，所以 $|\overrightarrow{CD}|\in(\sqrt{5},\sqrt{10})$，即线段 CD 长的取值范围为 $(\sqrt{5},\sqrt{10})$. … 12分

20.解：(1)设椭圆 C 的焦距为 $2c$，

由题意可得 $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\\ \dfrac{4}{a^2}=1,\\ c^2=a^2-b^2,\end{cases}$ 解得 $a=2,b=1$. ……………………………… 3分

故椭圆 C 的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………………………………………… 5 分

(2)由题意可知直线 l 的斜率不为 0,设直线 $l:x=my+6$,$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,

联立$\begin{cases}x=my+6,\\ \frac{x^2}{4}+y^2=1,\end{cases}$整理得$(m^2+4)y^2+12my+32=0$,

则 $\Delta=144m^2-4(m^2+4)\times32=16(m^2-32)>0$,

$y_1+y_2=-\frac{12m}{m^2+4}$,$y_1y_2=\frac{32}{m^2+4}$. ………………………………………………… 7 分

因为 $P(2,0)$,所以 $k_1=\frac{y_1}{x_1-2}$,$k_2=\frac{y_2}{x_2-2}$, ………………………………………… 8 分

所以 $k_1k_2=\frac{y_1}{x_1-2}\times\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{y_1y_2}{(my_1+4)(my_2+4)}=\frac{y_1y_2}{m^2y_1y_2+4m(y_1+y_2)+16}$ ……… 9 分

$=\frac{\frac{32}{m^2+4}}{m^2\cdot\frac{32}{m^2+4}+4m\cdot(-\frac{12m}{m^2+4})+16}=\frac{32}{32m^2-48m^2+16m^2+64}=\frac{1}{2}$. ……………… 11 分

故 k_1k_2 为定值,该定值为$\frac{1}{2}$. ………………………………………………………… 12 分

21.解:(1)设$(x_0,2)$为 $g(x)$的一个 2 级“平移点”,则 $g(x_0+2)=g(x_0)+g(2)$,

即$(x_0+2)\ln(x_0+3)=x_0\ln(x_0+1)+2\ln 3$. ………………………………………………… 1 分

令 $\varphi(x)=(x+2)\ln(x+3)-x\ln(x+1)-2\ln 3$,

则 $\varphi'(x)=\ln(x+3)+\frac{x+2}{x+3}-\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}=\ln\frac{x+3}{x+1}+\frac{2}{(x+3)(x+1)}>0$,

所以 $\varphi(x)$在$(-1,+\infty)$上单调递增. ………………………………………………… 3 分

又因为 $\varphi(0)=0$,所以 $\varphi(x)=0$ 只有一个根,

即 $g(x)=x\ln(x+1)$只有一个 2 级“平移点”,且 2 级“平移点”为$(0,2)$. ……………… 5 分

(2)因为 $h(x)$在$[1,+\infty)$上存在 1 级“平移点”,所以存在 $x_0\in[1,+\infty)$,使得 $h(x_0+1)=h(x_0)+h(1)$.

由 $a(x_0+1)^2+(x_0+1)\ln(x_0+1)=ax_0^2+x_0\ln x_0+a$,

得 $2ax_0=x_0\ln x_0-(x_0+1)\ln(x_0+1)$,即 $2a=\ln x_0-(1+\frac{1}{x_0})\ln(x_0+1)$. …………… 7 分

令 $p(x)=\ln x-(1+\frac{1}{x})\ln(x+1)(x\geqslant1)$,则 $p'(x)=\frac{\ln(x+1)}{x^2}>0$,

所以 $p(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增,所以 $p(x)\geqslant p(1)=-2\ln 2$. ……………………… 10 分

因为 $x\geqslant1$,所以 $\ln x<\ln(x+1)$,$\frac{x+1}{x}>1$,所以 $p(x)=\ln x-\frac{x+1}{x}\ln(x+1)<0$,

所以 $p(x)\in[-2\ln 2,0)$,所以 $a\in[-\ln 2,0)$. ………………………………………… 12 分

22.解:(1)由 $y=\sqrt{-x^2+4x}$,得 $y^2=-x^2+4x(y\geqslant0)$, ………………………………… 1 分

则 $x^2+y^2=4x(y\geqslant0)$,则 $\rho^2=4\rho\cos\theta(0\leqslant\theta\leqslant\pi)$, ………………………………… 2 分

所以曲线 M 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta(0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2})$. …………………………………… 3 分

由 $xy=9$,得 $\rho^2\cos\theta\sin\theta=9$,即 $\rho^2\sin 2\theta=18$,

此即曲线 N 的极坐标方程. ………………………………………………………………… 5 分

(2)将 $\theta=\theta_0$ 代入 $\rho^2\sin 2\theta=18$,得 $|OB|=\rho=\sqrt{\frac{18}{\sin 2\theta_0}}$. …………………………………… 6 分

将 $\theta=\theta_0$ 代入 $\rho=4\cos\theta$,得 $|OA|=\rho=4\cos\theta_0$, …………………………………… 7 分

则 $|OA|\cdot|OB|=\frac{12}{\sqrt{\tan\theta_0}}$. ………………………………………………………………… 8 分

因为 $|OA|\cdot|OB|=12$,所以 $\tan\theta_0=1$,又 $0<\theta_0<\frac{\pi}{2}$,所以 $\theta_0=\frac{\pi}{4}$. ………………… 10 分

【注】曲线 N 的极坐标方程写为 $\rho^2\cos\theta\cdot\sin\theta=9$ 也可以,不扣分.

23.(1)证明:因为 $f(x)=|x-a-1|+|x-2a|\geqslant|x-a-1-(x-2a)|=|a-1|$, ……… 2 分

所以 $f(x)_{\min}=|a-1|$. ……………………………………………………………………… 3 分

由 $|a-1|\geqslant 1$,得 $a\leqslant 0$ 或 $a\geqslant 2$, ………………………………………………………… 4 分

则当 $a\geqslant 2$ 时,$f(x)\geqslant 1$ 恒成立,所以存在 $a\in(0,+\infty)$,使得 $f(x)\geqslant 1$ 恒成立. ……… 5 分

(2)解:当 $x\in[2a,4]$ 时,$f(x)=|x-a-1|+x-2a$.

由 $f(x)\leqslant x+a$,得 $|x-a-1|\leqslant 3a$, …………………………………………………… 6 分

则 $-3a\leqslant x-a-1\leqslant 3a$,即 $-2a+1\leqslant x\leqslant 4a+1$. …………………………………… 7 分

因为当 $x\in[2a,4]$ 时,$f(x)\leqslant x+a$,所以 $\begin{cases}-2a+1\leqslant 2a,\\4a+1\geqslant 4,\end{cases}$ …………………………… 8 分

解得 $a\geqslant\frac{3}{4}$, ……………………………………………………………………………… 9 分

又 $2a<4$,所以 a 的取值范围是 $[\frac{3}{4},2)$. ………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线