秘密★启用前

文科数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.
2. 每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.
3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分 150 分，考试用时 120 分钟.

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x<0\}$，集合 $B=\{x|(x-2)(2x+1)\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\left\{x\middle|-\frac{1}{2}\leqslant x<0\right\}$　　B. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\left\{x\middle|x\geqslant -\frac{1}{2}\right\}$　　D. $\{x|0<x\leqslant 2\}$

2. 已知命题 p: $\forall x\in\mathbf{N}^*$，$\lg x>1$，q：$\exists x_0\in\mathbf{R}$，$\tan x_0=2$，则下列命题是真命题的是

A. $p\wedge q$　　B. $\neg p\wedge q$

C. $p\wedge\neg q$　　D. $\neg(p\vee q)$

3. 复数 $a+bi(a，b\in\mathbf{R})$ 与 $1+i$ 之积为实数的充要条件是

A. $a=b=0$　　B. $ab=0$

C. $a+b=0$　　D. $a-b=0$

4. 某校高三年级在某次数学测验中成绩不低于 80 分的所有考生的成绩统计表如下：

成绩	[80，90]	(90，100]	(100，110]	(110，120]	(120，130]	(130，140]	(140，150]
频数	30	40	15	12	12	5	2

则以上考生成绩的中位数

A. 在(90，100]内　　B. 在(100，110]内

C. 在(110，120]内　　D. 在(120，130]内

5. 如图 1，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是棱 CC_1 的中点，则过三点 A，D_1，E 的截面过

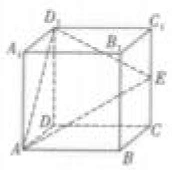

图 1

A. AB 中点

B. BC 中点

C. CD 中点

D. BB_1 中点

6. 下列对不等关系的判断，正确的是

A. 若 $\sin a>\sin b$，则 $a>b$

B. 若 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则 $a^{\frac{1}{2}}>b^{\frac{1}{2}}$

C. 若 $\ln a^2>\ln b^2$，则 $2^a<2^b$

D. 若 $\frac{|a|}{a^2}>\frac{|b|}{b^2}$，则 $\log_2|a|<\log_2|b|$

7. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题："三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见初行行里数，请公仔细算相还." 其意思是"有一个人走 378 里，第一天健步行走，从第二天起因为脚痛每天走的路程是前一天的一半，走了 6 天到达目的地." 则此人第一天走了

A. 192 里　　B. 148 里

C. 132 里　　D. 124 里

8. 若实数 x，y 满足条件 $x^2+y^2=1$，则 $2x+y$ 的取值范围是

A. $[0，\sqrt{2}]$　　B. $[-\sqrt{5}，0]$

C. $[-\sqrt{5}，\sqrt{2}]$　　D. $[-\sqrt{5}，\sqrt{5}]$

9. 已知圆台的上下底面的半径分别为 3，4，母线长为 $5\sqrt{2}$，若该圆台的上下底面圆周均在球 O 的球面上，则球 O 的表面积为

A. 50π　　B. 100π

C. 150π　　D. 200π

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$，$a_1=3$，$a_7=21$，S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$b_n=(-1)^nS_n$，则 $\{b_n\}$ 的前 50 项和为

A. 1940　　B. 1950

C. 1960　　D. 1970

11. 已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{e}$ 是平面向量，$\vec{e}$ 与 $\vec{a}$ 是单位向量，且 $\vec{a}\perp\vec{e}$，向量 $\vec{b}$ 满足 $4\vec{b}^2-8\vec{e}\cdot\vec{b}+3=0$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|$ 的最大值与最小值之和是

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 4　　D. $2\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{|x-1|}, & x>0,\\ xe^x, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f^2(x)-(1+m)f(x)+m=0$ 有三个实数解，则实数 m 的取值范围是

A. $\left(-\infty，-\frac{1}{e}\right)\cup(e，+\infty)$　　B. $\left(-\frac{1}{e}，0\right)\cup(1，e)$

C. $\left(-\frac{1}{e}，0\right)\cup(e，+\infty)$　　D. $\left(-\infty，-\frac{1}{e}\right)\cup(1，e)$

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 函数 $y=\sin x\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期是________.

14. 已知 $P\left(\frac{1}{2},1\right)$ 为椭圆 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 内一点，椭圆上存在点 A，B 关于点 P 对称，则弦 AB 的中垂线方程为________.

15. 2021年河北等八省举行首次"3+1+2"的新高考模式，"3"为全国统一高考的语文、数学、外语3门必考科目，"1"由考生在物理、历史2门中选考1门科目，"2"由考生在思想政治、地理、化学、生物4门中选考2门科目. 则甲，乙两名考生在选考科目"2"中恰有两门科目相同且只有这两门相同的方法数为________种.

16. 双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，直线 l 过 F_1 与 C 的左支和右支分别交于 A，B 两点，$\triangle ABF_2$ 是等边三角形，若 x 轴上存在点 Q 满足 $\overrightarrow{BQ}=3\overrightarrow{AF_2}$，则 C 的离心率为________.

三、解答题（共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分12分）

大气污染物PM2.5的浓度超过一定的限度会影响人的健康. 为了研究PM2.5的浓度是否受到汽车流量的影响，研究人员选择了24个社会经济发展水平相近的城市，在每个城市选择一个交通点统计24小时内过往的汽车流量 x（单位：千辆），同时在低空相同的高度测定该时间段空气中的PM2.5的平均浓度 y（单位：$\mu g/m^3$），制作了如图2所示的散点图：

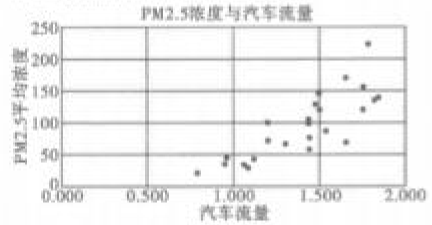

图2

（1）由散点图看出，可用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系，请用相关系数加以说明（精确到0.01）；

（2）建立 y 关于 x 的回归方程；

（3）我国规定空气中的PM2.5浓度的安全标准为24小时平均浓度 $75\mu g/m^3$，某城市为使24小时的PM2.5浓度的平均值在 $60\sim130\mu g/m^3$，根据上述回归方程预测汽车的24小时流量应该控制在什么范围内？

附：

参考数据：$\bar{x}=1.4$，$\bar{y}=95$，$\sum_{i=1}^{24}(x_i-\bar{x})^2=2.1$，$\sum_{i=1}^{24}(y_i-\bar{y})^2=60343$，$\sum_{i=1}^{24}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=294$，$\sqrt{\sum_{i=1}^{24}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{24}(y_i-\bar{y})^2}=357$.

参考公式：相关系数 $r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$，

回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}x$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

18.（本小题满分12分）

$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c. 已知 $a\sin C=c\sin\frac{B+C}{2}$.

（1）求 A；

（2）已知 $b=1$，$c=3$，且边 BC 上有一点 D 满足 $S_{\triangle ABD}=3S_{\triangle ADC}$，求 AD.

19.（本小题满分12分）

如图3，四边形 $ABCD$ 是正方形，四边形 $BEDF$ 是菱形，平面 $ABCD\cap$ 平面 $BEDF=BD$.

（1）证明：$AE\perp BD$；

（2）若 $AB=BE=2$，且二面角 $A-BD-E$ 的大小为 $60°$，求三棱锥 $F-BCD$ 的体积.

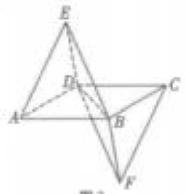

图3

20.（本小题满分12分）

已知曲线 C 上的动点到点 $(\sqrt{3},0)$ 的距离与到直线 $x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 的距离比为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）设 O 为坐标原点，直线 l 与曲线 C 交于两个不同的点 M，N，满足：直线 OM，ON 的斜率之积为 $-\frac{1}{4}$，若以线段 MN 的中点 D 为圆心的圆 D 与直线 l_1：$3x-4y=0$ 相切，与直线 l_2：$3x+4y=0$ 相交所得弦长为 $\frac{4\sqrt{6}}{5}$，求圆 D 的方程.

21.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=(x-1)e^x-\frac{1}{2}x^2+1$，$g(x)=\sin x-ax$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（1）证明：当 $x\geq0$ 时，$f(x)\geq0$；当 $x<0$ 时，$f(x)<0$；

（2）用 $\max\{m,n\}$ 表示 m，n 中的最大值，记 $F(x)=\max\{f(x),g(x)\}$. 是否存在实数 a，对任意的 $x\in\mathbf{R}$，$F(x)\geq0$ 恒成立. 若存在，求出 a；若不存在，请说明理由.

请考生在第22、23两题中任选一题作答，并用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分10分）【选修4-4：坐标系与参数方程】

已知曲线 C 的参数方程为 C：$\begin{cases}x=t-1,\\y=2\sqrt{t-1},\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l 过点 $P(0,1)$，倾斜角为 α.

（1）写出曲线 C 的普通方程和直线 l 的参数方程；

（2）直线 l 交曲线 C 于 A，B 两点，若 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=4$，求直线 l 的倾斜角.

23.（本小题满分10分）【选修4-5：不等式选讲】

已知函数 $f(x)=|2x+1|-|x-1|$.

（1）在图4中画出 $y=f(x)$ 的图象；

（2）设 $a>0$，若不等式 $f(x+a)\geq-f(x)$ 的解集为 $\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.

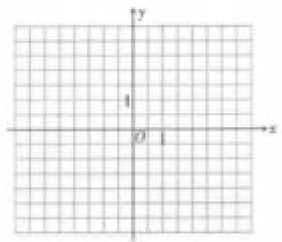

图4

文科数学参考答案

一、**选择题**（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	B	C	A	C	D	D	C	A	A	B	C

【解析】

1．因为 $A=\{x\mid x^2-5x+6\leqslant 0\}=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}$，所以 $A\cap B=\{2,\ 3\}$，故选 B.

2．$\frac{1}{3+4i}=\frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{3-4i}{25}=\frac{3}{25}-\frac{4}{25}i$，所以 $\bar{z}=\frac{3}{25}+\frac{4}{25}i$，故选 B.

3．由题意，令 $x^2-4x+2=7(x\geqslant 0)$，解得 $x=5$ 或 $x=-1$（舍去）；令 $-\frac{5}{2}x+2=7(x<0)$，解得 $x=-2$，所以当 $x=5$ 或 $x=-2$，$y=7$，故选 C.

4．由三视图可知该几何体为如图 1 所示的三棱锥 $P-ABC$，其中 $PA=AB=4$，$BC=3$，且 $PA\perp$ 平面 ABC，$BC\perp$ 平面 PAB，故三棱锥 $P-ABC$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 4\times 3\times 4=8$，故选 A.

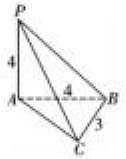

图 1

5．由题意，可得 $\frac{3(N-V)}{N}<1$，所以 $3N-3V<N$，即 $\frac{V}{N}>\frac{2}{3}\approx 67\%$，故选 C.

6．由于 $\frac{3}{4}>\frac{1}{2}$，所以 $4^{\frac{3}{4}}>4^{\frac{1}{2}}=2$；由于 $1<\frac{3}{2}<2$，所以 $0<\log_2\frac{3}{2}<1$，则有 $c=\log_a b<0$，所以 $a>b>c$，故选 D.

7．选项 A，一组数据 x_1，x_2，…，x_n 的平均数为 1，则数据 $2x_1-1$，$2x_2-1$，…，$2x_n-1$ 的平均数为 1，故 A 错误；选项 B，每个个体被抽到的概率都是一样的，都等于 $\frac{100}{3001}$，故 B 错误；选项 C，在回归分析中，可用残差平方和判断模型的拟合效果，残差平方和越大的模型，拟合效果越差，故 C 错误；选项 D，$K^2=4.013$，而 $P(K^2\geqslant 3.841)\approx 0.05$，则在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为这两个分类变量之间有关，故 D 正确，故选 D.

8．设 $|PF_2|=m(m>0)$，则 $|PF_1|=2m$，又由双曲线的定义知 $|PF_1|-|PF_2|=2a$，所以 $m=2a$，在 $\mathrm{Rt}\triangle PF_2F_1$ 中，$|PF_1|^2-|PF_2|^2=|F_1F_2|^2$，所以 $16a^2-4a^2=4c^2$，又 $c^2=a^2+b^2$，则 $b^2=2a^2$，即 $\frac{b}{a}=\sqrt{2}$，故 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$，故选 C.

9．由题意，得 $f(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$，所以 $f(x+\varphi)=\sqrt{2}\sin(x+\varphi-\frac{\pi}{4})$，因为 $y=\sqrt{2}\sin(x+\varphi-\frac{\pi}{4})$ 关于 y 轴对称，所以 $\varphi-\frac{\pi}{4}=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，$\varphi=k\pi+\frac{3}{4}\pi(k\in\mathbf{Z})$，所以 $\varphi_{\min}=\frac{3\pi}{4}$，故选 A.

10．由已知可得 $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{2}$，则 $|\overrightarrow{AM}|=1$，设 $|\overrightarrow{OA}|=x(0\leqslant x\leqslant 1)$，则 $|\overrightarrow{OM}|=1-x$，而 $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OM}$，所以 $\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=2\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OM}=2|\overrightarrow{OA}|\cdot|\overrightarrow{OM}|\cos\pi=2x^2-2x=2(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}$，当 $x=\frac{1}{2}$ 时，$\overrightarrow{OA}\cdot(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})$ 取得最小值 $-\frac{1}{2}$，故选 A.

11．如图 2，设 $\triangle ABC$ 的外接圆 O_1 的半径为 r，球 O 的半径为 R，依题意，因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形，由正弦定理可得 $2r=\frac{AB}{\sin\frac{\pi}{3}}=4$，所以 $r=2$，又 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi$，所以 $R=3$，根据球的截面性质 $OO_1\perp$ 平面 ABC，所以 $OO_1\perp O_1A$，则 $OO_1=\sqrt{R^2-O_1A^2}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5}$，所以三棱锥 $O-ABC$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$，故选 B.

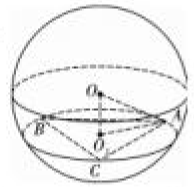

图 2

12．由题可得，$y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 的图象的交点为 $A(x_1,\ g(x_1))$，$B(x_2,\ g(x_2))$，且有 $f(x_1)=g(x_1)$，$f(x_2)=g(x_2)$，由于 $f(-x)=\frac{e^{-x}-e^{x}}{2}+1$，则有 $f(-x)+f(x)=2$，所以 $y=f(x)$ 的图象关于点 $(0,\ 1)$ 对称，又 $g(x)=1+\frac{1}{x}$ 的图象关于点 $(0,\ 1)$ 对称，所以点 A 与点 B 关于点 $(0,\ 1)$ 对称，则有 $g(x_1)+g(x_2)=2$，即 $f(x_1)+g(x_2)=2$，故选 C.

二、**填空题**（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$（满足 $x+y=1$ 均可，答案不唯一）	4	$[\frac{1}{2},\ 1)$	800

【解析】

13．若B，C，D三点共线，则$\overrightarrow{BD}$与$\overrightarrow{DC}$共线，所以存在实数$\lambda(\lambda\neq-1)$，使得$\overrightarrow{BD}=\lambda\overrightarrow{DC}$，即$\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\lambda(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$，所以$(1+\lambda)\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AC}$，故$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{1+\lambda}\overrightarrow{AB}+\frac{\lambda}{1+\lambda}\overrightarrow{AC}$，又$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$不共线，所以$x=\frac{1}{1+\lambda}$，$y=\frac{\lambda}{1+\lambda}$，从而$x+y=\frac{1}{1+\lambda}+\frac{\lambda}{1+\lambda}=1(x\neq0,\ y\neq1)$，又当$x=0$，$y=1$时，点$D$与点$C$重合．

14．作出约束条件表示的平面区域，如图3中阴影区域$\triangle ABC$，目标函数$z=x+y+2$，即$y=-x+z-2$表示斜率为-1，纵截距为$z-2$的平行直线系．作直线l：$z=x+y+2$，平移直线l，当l与直线$x+y-2=0$重合时，此时直线l的纵截距最大，即$z-2=2$，则$z_{max}=4$．

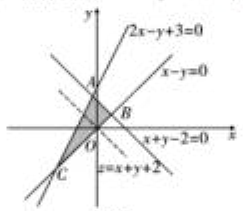

图3

15．如图4所示，由题可知M，P，O，Q四点在以线段OM为直径的圆上，又由于$\angle PMQ=120°$，所以$\angle PMO=60°$，则$|MO|=\frac{2\sqrt{3}b}{3}$，即点$M$在以原点为圆心，$\frac{2\sqrt{3}b}{3}$为半径的圆$C_3$上，则$C_1$与圆$C_3$有公共点，所以$|MO|\leqslant a$，即$4b^2\leqslant3a^2$，则有$4(a^2-c^2)\leqslant3a^2$，所以$e=\frac{c}{a}\geqslant\frac{1}{2}$，又$e<1$，所以$e\in[\frac{1}{2},\ 1)$．

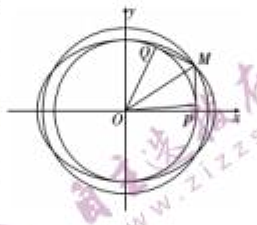

图4

16．设等差数列$\{a_n\}$的公差为$d(d>0)$，则有$d=100-2a_1$，设四年累计总投入的资金金额为S（万元），所以$S=\frac{2a_1+3d}{2}\times4+80\sqrt{a_1}=4a_1+6(100-2a_1)+80\sqrt{a_1}=-8a_1+80\sqrt{a_1}+600$ $(0<a_1<50)$，则当$\sqrt{a_1}=5$时，即$a_1=25$，$S_{max}=800$万元．

三、**解答题**（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分10分）

解：（1）由题意及余弦定理，可得$\sqrt{2}c=b+\sqrt{2}a\cdot\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$，即$b^2+c^2-a^2=\sqrt{2}bc$，

所以$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

因为$A\in(0,\ \pi)$，所以$A=\frac{\pi}{4}$．……（5分）

（2）由于$\cos C=\frac{3}{5}$，$C\in(0,\ \pi)$，

所以$\sin C=\frac{4}{5}$，由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$得，$c=\frac{4}{5}\sqrt{2}$．

又$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，

所以$\triangle ABC$的面积为$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{14}{25}$．……（10分）

18．（本小题满分12分）

解：（1）因为$\vec{a}\parallel\vec{b}$，所以$S_n+2-2^{n+1}=0$，所以$S_n=2^{n+1}-2$，

当$n\geqslant2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^n$；

当$n=1$时，$a_1=S_1=2$满足上式，

所以$a_n=2^n\ (n\in\mathbf{N}^*)$．……（6分）

（2）由（1）得$c_n=\frac{1}{\log_2 2^n\cdot\log_2 2^{n+2}}=\frac{1}{n(n+2)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$，

所以$T_n=\frac{1}{2}[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{4})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})]$

$=\frac{1}{2}(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2})$

$=\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$，

所以$T_n=\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}(n\in\mathbf{N}^*)$．……（12分）

19．（本小题满分12分）

解：（1）$0.012+0.028+0.04+0.06+0.036=0.176$，

由$5\times(0.176+a)=1$，解得$a=0.024$．……（2分）

平均值为$(72.5\times0.012+77.5\times0.028+82.5\times0.04+87.5\times0.06+92.5\times0.036+97.5\times0.024)\times5=86.3$．……（6分）

(2) 分数在[70，75)的人数有$0.012\times5\times100=6$人，

所以这6人中，女生有2人，记为A、B，男生有4人，记为c、d、e、f.

……………………………………………………………………（8分）

从这6人中随机选取2人，基本事件为：AB、Ac、Ad、Ae、Af、Bc、Bd、Be、Bf、cd、ce、cf、de、df、ef，共15种不同取法；

则至少有1人是女生的基本事件为AB、Ac、Ad、Ae、Af、Bc、Bd、Be、Bf，共9种不同取法；则所求的概率为$P=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$. ……………………（12分）

20.（本小题满分12分）

(1) 证明：因为$EF//$平面ABC，$EF\subset$平面BCD，平面$ABC\cap$平面$BCD=BC$,

所以$EF//BC$. ……………………………………………………（3分）

又$BC\not\subset$平面AEF，$EF\subset$平面AEF，

所以$BC//$平面AEF. ……………………………………………（6分）

(2) 解：如图5，因为平面$ABD\perp$平面BCD，平面$ABD\cap$平面$BCD=BD$，$AE\perp BD$,

所以$AE\perp$平面BCD. ……………………………………………（8分）

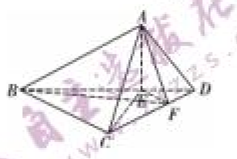

图5

所以$V_{A-CEF}=\frac{1}{3}S_{\triangle CEF}\cdot AE$,

$V_{A-DEF}=\frac{1}{3}S_{\triangle DEF}\cdot AE$，又$V_{A-CEF}=3V_{A-DEF}$,

所以$S_{\triangle CEF}=3S_{\triangle DEF}$，则$CF=3DF$，所以$S_{\triangle BCF}=\frac{3}{4}S_{\triangle BCD}$.

又由（1）知，$EF//BC$，所以$BD=4DE=4$，

则有$S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BD\cdot CE=\frac{1}{2}\times4\times1=2$，所以$S_{\triangle BCF}=\frac{3}{4}S_{\triangle BCD}=\frac{3}{2}$,

所以$V_{C-ABF}=V_{A-BCF}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCF}\cdot AE=\frac{1}{3}\times\frac{3}{2}\times1=\frac{1}{2}$. ……………………（12分）

21.（本小题满分12分）

解：(1) 由题可得，$f'(x)=1+\ln x-2x-3$，则$f'(1)=-4$；

又$f(1)=-3$，所以曲线$y=f(x)$在$x=1$处的切线方程为$y+3=-4(x-1)$，

即$4x+y-1=0$. ……………………………………………………（4分）

(2) 由题意，可得$f(a)=a\ln a-a^2-3a+1\geqslant-(1+\frac{a}{e})a^2+a(a-2)+1$,

所以$a\ln a+\frac{a^3}{e}-a^2-a\geqslant0$，由于$a>0$，所以$\ln a+\frac{a^2}{e}-a-1\geqslant0$;

设$g(a)=\ln a+\frac{a^2}{e}-a-1$，$a\in(0,+\infty)$，所以$g'(a)=\frac{1}{a}+\frac{2a}{e}-1\geqslant2\sqrt{\frac{2}{e}}-1>0$;

所以$g(a)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

又$g(e)=\ln e+\frac{e^2}{e}-e-1=0$,

所以当$a\geqslant e$时，$g(a)\geqslant g(e)=0$，此时不等式$a\ln a+\frac{a^3}{e}-a^2-a\geqslant0$成立.

当$a\geqslant e$时，设$F(x)=x\ln x+\frac{a}{e}x^2-(3+a)x+2a$，$x\in[a,+\infty)$，

所以$F'(x)=\ln x+\frac{2a}{e}x-a-2$.

由于$F'(x)$在$x\in[a,+\infty)$上单调递增，所以$F'(x)\geqslant F'(a)=\ln a+\frac{2a^2}{e}-a-2$；

又函数$y=\ln a+\frac{2a^2}{e}-a-2$在$a\in[e,+\infty)$上单调递增，

所以$\ln a+\frac{2a^2}{e}-a-2\geqslant1+2e-e-2>0$，则有$F(x)$在$x\in[a,+\infty)$上单调递增，

所以对于任意的$x\in[a,+\infty)$，$F(x)\geqslant F(a)=a\ln a+\frac{a^3}{e}-a^2-a\geqslant0$.

综上得，$a\in[e,+\infty)$. ……………………………………………（12分）

22.（本小题满分12分）

解：(1) 由抛物线的定义，得$|AF|=1+\frac{p}{2}=\frac{5}{2}$，所以$p=3$，即$y^2=6x$.

将点$A(1,y_0)$代入C：$y^2=6x$，得$y_0^2=6$，所以$y_0=\pm\sqrt{6}$.

……………………………………………………………………（4分）

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于中国拔尖人才培养的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户（官方网址：www.zizzs.com）、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95%以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承‘’专业、专注、有态度‘’的创办理念，不断探索“K12 教育+互联网+ 大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的新高考拔尖人才培养服务平台。