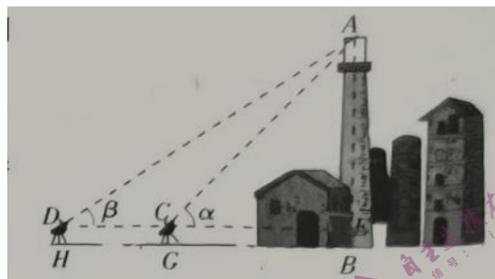


昆明市第一中学 2023 届高三第十次月考数学试卷

一、单项选择题

- 已知复数 $z = \frac{1+i}{i}$, $z - az = 2 (a \in R)$, 则 $a =$
 A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
- 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 12 \leq 0\}$, $B = \{x | \sqrt{x} \leq 2\}$, $C = \{x | |x+1| \leq 2\}$, 则 $C_A(B \cap C) =$
 A. $[0, 1]$ B. $(0, 1)$ C. $[-3, 0] \cup [1, 4]$ D. $[-3, 0) \cup (1, 4]$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, 且满足 $a_n + a_{n+1} = n (n \in N^*)$, 则 $a_{2023} =$
 A. 1012 B. 1013 C. 2022 D. 2023
- 已知单位向量 \vec{a}, \vec{b} , 且 $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$, 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{c}$, $|\vec{c}| = 2$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{c} =$
 A. 1 B. 12 C. -2 或 2 D. -1 或 1
- 如图, AB 是底部 B 不可到达的一座建筑物, A 为建筑物的最高点, 为了测量建筑物高度 AB, 我们选择一条水平基线 HG, 使 H, G, B 三点在同一直线上, 经测量, 在 G, H 两点用测角仪器测得 A 的仰角分别是 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\beta = \frac{\pi}{6}$, CD=10 米, 测角仪器的高是 1.5 米, 则该建筑物的高 AB 约为 (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)
 A. 13.5 米 B. 14.2 米
 C. 15.2 米 D. 16.5 米



- 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AC=AA_1$, $\angle ABC = \angle B_1BA = \angle B_1BC = 60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{6}$
- 五一假期 (4 月 29 至 5 月 3 日共 5 天) 期间, 某单位保卫科要安排甲、乙、丙 3 名安保人员值班, 要求每人至少值班一天, 每天安排 1 名值班人员, 且不安排同一个人连续两天值班, 则不同的排班方法种数有
 A. 48 B. 42 C. 24 D. 18
- 已知函数 $f(x) = \ln|x-1| - \ln|x+1|$, 若存在两个不同的实数 x_1, x_2 , 使 $f(x_1) = f(x_2)$, 则

- A. $x_1 x_2 = -1$ B. $x_1 x_2 = 1$ C. $x_1 + x_2 < -2$ D. $x_1 + x_2 > 2$

二、多项选择题

- 若函数 $f(x) = |\sin x| + e^{|\sin x|}$, 则
 A. 函数 $f(x)$ 为偶函数
 B. 函数 $f(x)$ 的周期为 π
 C. 函数 $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上单调递增
 D. 函数 $f(x)$ 的最大值为 $e+1$, 无最小值
- 在正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 上、下底面分别是边长为 $\sqrt{2}$ 和 2 的正方形, 侧棱长为 2, 其顶点在同一个球面上, 则下列结论正确的是 ()
 A. 四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积 $S = 6\sqrt{7}$
 B. 四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积 $V = \frac{14\sqrt{3}}{3}$
 C. 四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积 $V = \frac{7\sqrt{3}}{3}$
 D. 四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球的表面积 $S = 16\pi$
- 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F, 在 C 上存在四个点 P, M, Q, N. 若弦 PQ 与弦 MN 的交点恰好为焦点 F, 且 $PQ \perp MN$, 则
 A. 抛物线 C 的准线方程是 $x = -4$
 B. $\frac{1}{|PF|} + \frac{1}{|QF|} = \frac{1}{|MF|} + \frac{1}{|NF|}$
 C. $\frac{1}{|PQ|} + \frac{1}{|MN|} = \frac{1}{8}$
 D. 四边形 PMQN 的面积的最小值是 128
- 非零实数 x, y 满足 $x^2 + 2|y| = 2xy$, 则下列叙述正确的是
 A. 当 $x > 0$ 时, $x + y > 3$
 B. 当 $x < 0$ 时, $x + y < -3$

C. 当 $x > 0$ 时, $x^2 + 2|y| \geq 8$

D. 当 $x < 0$ 时, $x^2 + 2|y| \leq 8$

三、填空题

13. 某校高三年级近期进行一次数学考试, 参加考试的学生人数有 1000 人, 考试成绩 $X \sim N(80, 25)$, 则该年级数学成绩在 90 分以上的人数约为_____ (运算结果四舍五入到整数)

(参考数据: $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$.)

14. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{x-1}{x}$ 在区间 $[1, e]$ 上最大值为 M , 最小值为 m , 则 $M-m$ 的值是_____

15. 已知点 P 是直线 $2x+y-3=0$ 上的动点, 过点 P 作圆 $O: x^2+y^2=1$ 的两条切线, 切点分别为 A, B , 则点 $Q(\frac{5}{3}, \frac{1}{3})$ 到直线 AB 的距离的最大值为_____

16. 已知点 $M(\sqrt{5}, \frac{4}{3})$ 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的一点, F_1, F_2 是椭圆的左、右焦点, 且 $\vec{MF}_2 \cdot \vec{FF}_1 = 0$, 则椭圆 C 的方程是_____. 若圆 $x^2+y^2=4$ 的切线与椭圆 C 相交于 M 点, 则 $|MN|$ 的最大值是_____ (第一空给 2 分, 第二空给 3 分)

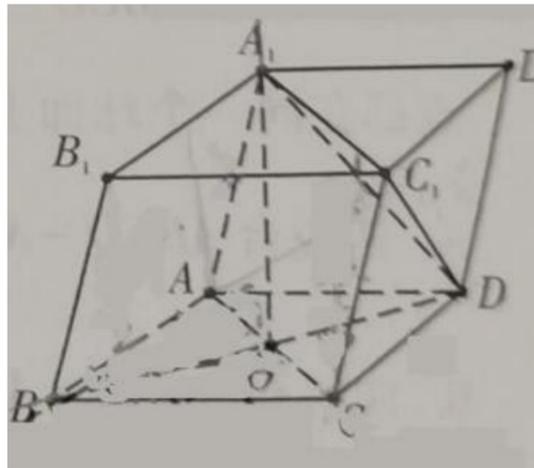
四、解答题

17. (10 分)

四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形.

(1) 在直线 C_1C 上是否存在一点 P , 使得 $BP \parallel$ 平面 A_1DC_1 , 请说明理由

(2) 若 $\angle BAD = 120^\circ$, $AB = AA_1 = 2$, 且 A_1 在底面 $ABCD$ 上的射影为 AC 与 BD 的交点 O , 求平面 A_1DC_1 与平面 A_1ACC_1 的夹角.



18. (12 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 5$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = 2a_{n-1} + 2^n - 1$

(1) 求证: 数列 $\{\frac{a_n-1}{2^n}\}$ 是等差数列;

(2) 设 $b_n = (-1)^n \log_2(\frac{a_n-1}{n+1})$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_n

19. (12 分)

已知 $\triangle ABC$, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $(2b-c) \cos A = a \cos C$

(1) 求 A :

(2) 若函数 $y = \cos(\omega x + A)$ 与 $y = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6}) (\omega > 0)$ 的图像的对称轴之间的最短距离为 $\frac{\pi}{6}$, 求 ω 的值.

20. (12分)

2023年,某省实行新高考,数学设有4个多选题,在给出的A,B,C,D四个选项中,有两项或三项符合题目要求,全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分,在某次考试中,根据以往经验,小李同学做对第一个多选题的概率为 $\frac{3}{4}$,做对第二个多选题的概率为 $\frac{1}{2}$,做对第三个多选题的概率为 $\frac{1}{6}$.

(1) 求小李同学前三个多选题最多错一个的概率

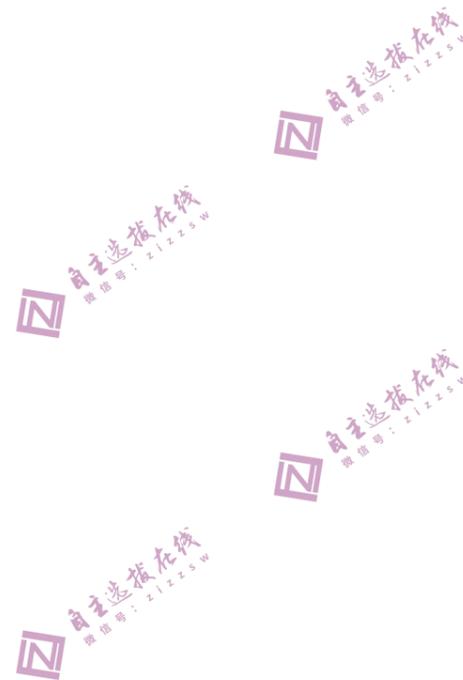
(2) 若最后一道数学多选题小李同学完全不会做,他决定随机地涂至少一个选项,你认为他应该涂几个选项。说明理由。

21. (12分)

已知动圆P过点M(-1,0),且与圆N: $x^2 + y^2 - 2x - 15 = 0$ 相切

(1) 求圆心P的轨迹 Ω 的方程;

(2) A,C为轨迹 Ω 上两个动点且位于第一象限(不在直线 $x=1$ 上),直线AN,CN分别与轨迹 Ω 交于B,D两点,若直线AD,BC分别交直线 $x=1$ 与E,F两点,求证: $|EN|=|FN|$



22. (12分)

已知函数 $f(x) = (1+x)e^{-x}$, $g(x) = e^x(\frac{1}{2}x^3 + ax + 1 + 2x\cos x)$, 其中 $0 \leq x \leq 1, a \in R$

(1) 证明: $f(x) - f(-x) \geq 0$;

(2) 若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

