喀什地区 2023 年普通高考 4 月适应性检测
文科数学答案

I 卷

一、填空题（60 分，共 12 小题，每题 5 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分数	D	B	C	B	A	C	B	A	C	D	C	D

II 卷

二、填空题（20 分，共 4 小题，每题 5 分）

13、$\frac{5}{6}$　　14、2　　15、$\frac{25}{4}\pi$　　16、 9

三、解答题（70 分，共 6 小题）

17. (本题 12 分)

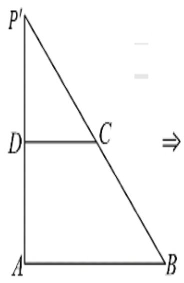

图1

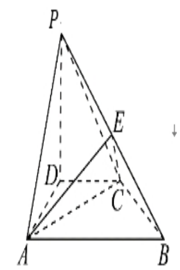

图2

解：（1）证明：取 PA 中点 F，连接 DF，EF，

$\because E$ 为 PB 的中点，则 $PE=EB$，$PF=FA$，

$\therefore EF//ABEF=\frac{1}{2}AB$，…………………………1 分

又$\because C$，D 分别为 $P'B$，$P'A$ 的中点，则 $CD//AB$，

$CD=\frac{1}{2}AB$，　　……………………………………2 分

$\therefore CD=EF$，$CD//EF$，

$\therefore$四边形 $CDEF$ 为平行四边形，则 $CE//FD$.　　………4 分

$\because CE \not\subset$平面 PAD，$FD \subset$平面 PAD， …………5 分

$\therefore CE//$平面 PAD； ……………………………………………………6 分

（2）由条件知： $PA=\sqrt{2}, AB=2, PB=\sqrt{6}$

$\therefore \Delta PAB$ 为直角三角形，

$\therefore AE=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$;

$\because AC=\sqrt{2}, CE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \Delta AEC$ 为直角三角形。

$\therefore S_{\Delta ACE}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$S_{\Delta ABC}=1$

设点 B 到面 ACE 的距离为 d,则

$V_{B-ACE}=V_{E-ABC}$

$\therefore d=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

……………………………………………………12 分

18. (本题 12 分)

解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由题设可得：

$\begin{cases} a_1+9d=8+a_1+52d \\ (a_1+4d-1)^2=(a_1+3d-1)(a_1+6d-1) \end{cases}$, ……………………………2 分

解得：$\begin{cases} a_1=-3 \\ d=2 \end{cases}$,……………………4 分

$\therefore a_n=-3+2(n-1)=2n-5$； ……………………………6 分

(2)由(1)知$b_n=\frac{a_n}{2^n}=\frac{2n-5}{2^n}$,

所以$\begin{cases} T_n=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{2n-7}{2^{n-1}}+\frac{2n-5}{2^n} \\ \frac{1}{2}T_n=-\frac{3}{2^2}-\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{2n-7}{2^n}+\frac{2n-5}{2^{n+1}} \end{cases}$, …………………………8 分

所以$\frac{1}{2}T_n=-\frac{3}{2}+2(\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n})-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{3}{2}+(\frac{1}{2^1}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}})-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{3}{2}+$

$\frac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^{n-1}]}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{1}{2}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}$, …………………………10 分

所以$T_n=-1-\frac{2n-1}{2^n}$. ………………………………12 分

19. (本题 12 分)

【解析】（1）因为$K^2=\dfrac{70\times(15\times10-25\times20)^2}{35\times35\times40\times30}=\dfrac{35}{6}\approx5.833>3.841$ …4 分

所以有 95%的把握认为是否愿意参与校园文化艺术节和体育活动与性别有关; ………………6 分

（2）用分层抽样方法，在不愿意参与的学生中抽取人 6，

男生应抽取$\dfrac{2}{3}\times6=4$人，女生应抽$\dfrac{1}{3}\times6=2$人， ………………8 分

设“所抽取的 2 人中至少有一名女生”为事件 A，记 4 名男生分别为 1、2、3、4；2 名女生分别为 a、b,再从这 6 人中随机抽取 2 人的基本事件为：
12,13,14,1a,1b,23,24,2a,2b,34,3a,3b,4a,4b,ab 共 15 种，其中事件 A 所包含的基本事件为：1a,1b,2a,2b,3a,3b,4a,4b,ab 有 9 个， ………………11 分
则事件 A 发生的概率
$p=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$. ………………………………………12 分

20.(本题 12 分)

解:(1)由点 $F\left(0,\frac{p}{2}\right)$到圆 M 上的点的距离的最小值为$|FM|-1=\frac{p}{2}+3-1=3$,解得 $p=2$. ………………………………………3 分

(2)由(1)知,抛物线的方程为 $x^2=4y$,即 $y=\frac{1}{4}x^2$,则 $y'=\frac{1}{2}x$. ……3 分

设切点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则易得直线 $PA:y=\frac{x_1}{2}x-\frac{x_1^2}{4}$,直线 $PB:y=\frac{x_2}{2}x-\frac{x_2^2}{4}$,

从而得到 $P\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{x_1x_2}{4}\right)$. …………………………5 分

设直线 $AB:y=kx+b$,联立抛物线方程,消去 y 并整理,得 $x^2-4kx-4b=0$,
则 $\Delta=16k^2+16b>0$,即 $k^2+b>0$,且 $x_1+x_2=4k$,$x_1x_2=-4b$,故 $P(2k,-b)$. …………………7 分

因为$|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{16k^2+16b}$,

点 P 到直线 AB 的距离 $d=\frac{|2k^2+2b|}{\sqrt{k^2+1}}$,

所以 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|AB|d=4(k^2+b)^{\frac{3}{2}}$,① ………………………………………9 分

又点 $P(2k,-b)$在圆 $M:x^2+(y+3)^2=1$ 上,

故 $k^2=\frac{1-(b-3)^2}{4}$,代入①得 $S_{\triangle PAB}=4\left(\frac{-b^2+10b-8}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$, ………………………………11 分

而 $y_P=-b\in[-4,-2]$,故当 $b=4$ 时,$(S_{\triangle PAB})_{max}=32$. ……………………………12 分

21.(本题 12 分)

解：当$a=0$时，$f(x)=e^x+x-1$，则$f'(x)=e^x+1$，……1分

则$f(0)=0$，$f'(0)=2$………3分

故曲线$y=f(x)$在$x=0$处的切线方程$y=2x$………5分

（2）因为$f(x)=e^x+x-a\ln(x+1)-1$，所以$f'(x)=e^x+1-\dfrac{a}{x+1}$.……6分

因为$f(0)=0$，所以至少满足$f'(0)\ge 0$，

即$f'(0)=2-a\ge 0$，解得$a\le 2$………8分

当$a\le 2$时，$f'(x)=e^x+1-\dfrac{a}{x+1}\ge e^x+1-\dfrac{2}{x+1}$.…………9分

设$g(x)=e^x+1-\dfrac{2}{x+1}$，显然$g(x)$在（$0,+\infty$）上单调递增，………10分

则$g(x)\ge g(0)=0$，即$f'(x)\ge 0$恒成立，

从而$f(x)$在（$0,+\infty$）上单调递增，故$f(x)\ge f(0)=0$.………11分

故$a\in(-\infty,2]$.…………12分

22．(本题 10 分)

解：（1）曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\sqrt{10}\cos\theta,\\ y=\sqrt{6}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），…………………3 分

曲线C_2的普通方程为$\sqrt{3}x+y+8=0$．……………………………………5 分

（2）设$P(\sqrt{10}\cos\theta,\sqrt{6}\sin\theta)$，…………………………………………………6 分

点P到直线C_2的距离为d，则$|PQ|$的最小值即为d的最小值，

因为$d=\dfrac{|\sqrt{30}\cos\theta+\sqrt{6}\sin\theta+8|}{2}=\dfrac{|6\sin(\theta+\varphi)+8|}{2}$，其中$\tan\varphi=\sqrt{5}$，…9 分

当$\sin(\theta+\varphi)=-1$时，d的最小值为 1，此时$|PQ|_{\min}=1$.…………………10 分

23. (本题 10 分)

解：$(1)f(x)=|x+2|+|x-7|\le 10$

等价于$\begin{cases}x\leqslant -2\\ -(x+2)-(x-7)\leqslant 10\end{cases}$或$\begin{cases}-2<x<7\\ (x+2)-(x-7)\leqslant 10\end{cases}$或$\begin{cases}x\geqslant 7\\ (x+2)+(x-7)\leqslant 10\end{cases}$，

$\therefore -2.5\le x\le -2$ 或 $-2.5<x<7$ 或 $7\le x\le 7.5$，$\therefore -2.5\le x\le 7.5$，

$\therefore$不等式的解集为$\{x|-2.5\le x\le 7.5\}$ ……………………………………5 分

(2) $\because f(x)=|x+2|+|x-7|\ge|(x+2)-(x-7)|=9$，

$\therefore f(x)_{min}=m=9$，$\therefore a+b+c=9$. ………………………………………………………6 分

$\because a^2+b^2\geqslant 2ab$，$a^2+c^2\geqslant 2ac$，$c^2+b^2\geqslant 2cb$，

$\therefore 2(a^2+b^2+c^2)\geqslant 2(ab+ac+bc)$，

$\therefore 3(a^2+b^2+c^2)\geqslant a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=(a+b+c)^2$…………8 分

$\therefore a^2+b^2+c^2\geqslant 27$，当且仅当 $a=b=c=3$ 时，等号成立，

$\therefore a^2+b^2+c^2\geq 27$. ……………………………………………………………10 分

法二：(2) $\because f(x)=|x+2|+|x-7|\geq|(x+2)-(x-7)|=9$，

$\therefore f(x)_{min}=m=9$，$\therefore a+b+c=9$. ………………………………………………6 分

由柯西不等式得：

$(a^2+b^2+c^2)(1^2+1^2+1^2)\geq(a+b+c)^2=81$

$a^2+b^2+c^2\geq 27$

当且仅当 $a=b=c=3$ 时，等号成立， ……………………8 分

$\therefore a^2+b^2+c^2\geq 27$. ……………………………………………10 分