重庆市第八中学2022—2023学年下期高2024届7月调研考试

数学试题

一、单项选择题（本题共8小题。每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1.已知集合$A=\{x|\log_2 x<2\}$，则$\complement_{\mathbf{R}}A=$（　）

A.$(0,4)$　　B.$(-\infty,0]\cup[4,+\infty)$　　C.$(0,1)$　　D.$(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

2.设复数z满足$z\cdot(1+2\mathrm{i})=5$，则$z=$（　）

A.2　　B.$1+2\mathrm{i}$　　C.-2　　D.$1-2\mathrm{i}$

3.已知$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{5}$，则$\cos\left(\frac{\pi}{3}-2\alpha\right)=$（　）

A.$-\frac{7}{25}$　　B.$\frac{7}{25}$　　C.$\frac{24}{25}$　　D.$\frac{9}{25}$

4.已知随机变量X服从正态分布$N(1,\sigma^2)$，若$P(X\le 0)=0.2$，则$P(1<X<2)=$（　）

A.0.2　　B.0.3　　C.0.6　　D.0.8

5.漳州某校为加强校园安全管理，欲安排12名教师志愿者(含甲、乙、丙三名教师志愿者)在南门、北门、西门三个校门加强值班，每个校门随机安排4名，则甲、乙、丙安排在同一个校门值班的概率为（　）

A.$\frac{1}{3^{12}}$　　B.$\frac{1}{3^{11}}$　　C.$\frac{1}{55}$　　D.$\frac{3}{55}$

6.已知函数$f(x)=x^3-x+a$的图像关于原点对称，则与曲线$y=f(x)$和$y=x^2+\frac{1}{4}$均相切的直线l有（　）

A.1条　　B.2条　　C.3条　　D.4条

7.已知$a^2-2ab-3b^2=1$，且$-1\leqslant\log_2(a+b)\leqslant 1$，则$a-b$的取值范围是（　）

A.$\left[-1,\frac{5}{3}\right]$　　B.$\left[1,\frac{5}{4}\right]$

C.$(-\infty,1]$　　D.$\left[-1,\frac{7}{4}\right)$

8.已知$M=\frac{3(2-\ln 3)}{e^2},N=\ln\sqrt[3]{3},P=\frac{2-\ln 4}{e}$，则（　）

A.$P<N<M$　　B.$N<P<M$

C.$P<M<N$　　D.$M<N<P$

二、多项选择题（本题共4小题。每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对得5分，部分选对得2分，有选错得0分。）

9.下列说法中正确的是（　）

A.若两个变量x,y具有线性相关关系，则经验回归直线至少过一个样本点；

B.在经验回归方程$\hat{y}=-0.85x+2$中，当解释变量x每增加一个单位时，响应变量$\hat{y}$平均减少0.85个单位；

C.若某商品的销售量y（件）关于销售价格x（元/件）的经验回归方程为$\hat{y}=-5x+350$，则当销售价格为10元/件时，销售量一定为300件.

D.线性经验回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$一定过样本中心$(\overline{x},\overline{y})$.

10.甲、乙、丙、丁、戊5人参加完某项活动后合影留念，则（　）.

A.甲、乙、丙站前排，丁、戊站后排，共有120种排法

B.5人站成一排，若甲、乙站一起且甲在乙的左边，共有24种排法

C.5人站成一排，甲不在两端，共有72种排法

D.5人站成一排，甲不在最左端，乙不在最右端，共有78种排法

11.若方程$x\ln x=a(x-1)$恰有一个实数根，则实数a的值为（　）

A.e　　B.－e　　C.1　　D.－1

12.已知定义域为R的函数$f(x)$满足$f(-x-1)=-f(x+1)$，$f(x)$的部分解析式为$f(x)=\begin{cases}2x^2-x+1,0<x\le1\\ \log_{\frac{1}{2}}\left(2x-\frac{7}{4}\right),x>1\end{cases}$，则下列说法正确的是（　）

A.函数$f(x)$在$\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right]$上单调递减

B.若函数$f(x)$在$(0,n)$内满足$f(x)<1$恒成立，则$n\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$

C.存在实数k，使得$y=f(x)$的图象与直线$y=kx$有7个交点

D.已知方程$f(x)=m(m>0)$的解为x_1,x_2,x_3,x_4，则$x_1+x_2+x_3+x_4>-\frac{1}{4}$

三、填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分。）

13.已知p：关于x的方程$ax^2+bx+c=0$有两个异号实数根，$q:ac<-1$，则p是q的______条件.

14.用模型$y=ae^{bx}$拟合一组数据组$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,7)$，其中$x_1+x_2+\cdots+x_7=6$.设$z=\ln y$，变换后的线性回归方程为$\hat{z}=x+5$，则$y_1y_2\cdots y_7=$________.

15.在某次国际围棋比赛中，中国派出包含甲、乙在内的5位棋手参加比赛，他们分成两个小组，其中一个小组有3位，另外一个小组有2位，则甲和乙分在不同小组的概率为______.

16.已知函数$f(x)=x-\frac{1}{x}-m\ln x$有三个零点，则实数$m$的取值范围是______.

四、解答题（本题共6小题，共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

17.（本小题满分10分）

设集合$A=\{x|-2\le x\le5\},B=\{x|m+1\le x\le 2m-1\}$，

(1)若$m=4$，求$A\cup B$；(2)若$B\cap A=B$，求实数m的取值范围.

18.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=\ln x$.

(1)求曲线$y=f(x)$在点$(1,0)$处的切线方程；(2)求函数$g(x)=f(x)+x^2-3x$的单调减区间和极小值.

19.（本小题满分12分）

一个口袋中有4个白球，2个黑球，每次从袋中取出一个球

(1)若有放回的取2次球，求第二次取出的是黑球的概率；

(2)若不放回的取2次球，求在第一次取出白球的条件下，第二次取出的是黑球的概率；

(3)若不放回的取3次球，求取出白球次数X的分布列及$E(X)$.

20.（本小题满分12分）

已知$f(x)=(1+2x)^6$.

(1)若$(1-x)f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots a_7x^7$，分别求出$a_7$，$\sum_{i=1}^{7}a_i$，$\sum_{i=1}^{7}ia_i$的值；

(2)求$f(x)$的展开式中系数最大的项.

21.（本小题满分12分）

第40届中国洛阳牡丹文化节以“花开洛阳、青春登场”为主题，紧扣“颠覆性创意、沉浸式体验、年轻化消费、移动端传播”，组织开展众多文旅项目，取得了喜人的成绩，使洛阳成为最热门的全国“网红打卡城市”之一.其中“穿汉服免费游园”项目火爆“出圈”，倍受广大游客喜爱，带火了以“梦里隋唐尽在洛邑”为主的汉服体验活动为了解汉服体验店广告支出和销售额之间的关系，在洛阳洛邑古城附近抽取7家汉服体验店，得到了广告支出与销售额数据如下：

体验店	A	B	C	D	E	F	G
广告支出/万元	3	4	6	8	11	15	16
销售额/万元	6	10	15	17	23	38	45

对进入G体验店的400名游客进行统计得知，其中女性游客有280人，女性游客中体验汉服的有180人，男性游客中没有体验汉服的有80人.

(1)请将下列2×2列联表补充完整，依据小概率值$\alpha=0.001$的独立性检验，能否认为体验汉服与性别有关联；

性别	是否体验汉服		合计
	体验汉服	没有体验汉服	
女	180		280
男		80	
合计			400

(2)设广告支出为变量x（万元），销售额为变量y（万元），根据统计数据计算相关系数r，并据此说明可用线性回归模型拟合y与x的关系（若$|r|>0.75$，则线性相关程度很强，可用线性回归模型拟合）；

(3)建立y关于x的经验回归方程，并预测广告支出为18万元时的销售额（精确到0.1）.

附：参考数据及公式：$\sum_{i=1}^{7}x_i^2=727$，$\sum_{i=1}^{7}y_i^2=4648$，$\sum_{i=1}^{7}x_iy_i=1827$，$\sqrt{14}\approx3.74$，$\sqrt{10}\approx3.17$，$\sqrt{7}\approx2.64$，

相关系数$r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{n}y_i^2-n\overline{y}^2}}$，

在线性回归方程中 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

α	0.05	0.01	0.001
x_α	3.841	6.635	10.828

22.（本小题满分12分）

已知函数 $f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}ax^2-x+1$ 有两个极值点 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$.

(1)求 $f(x_1)$ 的取值范围；(2)若 $2x_1<x_2$，证明：$8x_1<x_2^2$

数学答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	D	B	B	D	C	B	C	BD	BCD	BCD	BCD

部分选择题解析：

6.函数 $f(x)=x^3-x+a$ 的图像关于原点对称，则有 $f(-x)=-f(x)$，

即 $(-x)^3-(-x)+a=-(x^3-x+a)$，解得 $a=0$，所以 $f(x)=x^3-x$，

由 $f'(x)=3x^2-1$，所以 $y=f(x)$ 在点 $(x_1,f(x_1))$ 处的切线方程为 $y-(x_1^3-x_1)=(3x_1^2-1)(x-x_1)$，整理得

$y=(3x_1^2-1)x-2x_1^3$.

设 $g(x)=x^2+\frac{1}{4}$，直线 l 与 $g(x)$ 的图像相切于点 $(x_2,g(x_2))$，因为 $g'(x)=2x$，

所以切线方程为 $y-\left(x_2^2+\frac{1}{4}\right)=2x_2(x-x_2)$，整理得 $y=2x_2x-x_2^2+\frac{1}{4}$，则 $\begin{cases}3x_1^2-1=2x_2,\\ -2x_1^3=-x_2^2+\frac{1}{4},\end{cases}$ (*)，

整理得 $\left(\frac{3x_1^2}{2}-\frac{1}{2}\right)^2-2x_1^3-\frac{1}{4}=\frac{9}{4}x_1^4-2x_1^3-\frac{3}{2}x_1^2=\frac{x_1^2}{4}(9x_1^2-8x_1-6)=0$，

当 $9x_1^2-8x_1-6=0$ 时，$\Delta=8^2+4\times9\times6>0$，方程有两个非零实数根，

$x_1=0$ 也满足方程，故 x_1 有3个解，

所以方程组(*)有3组解，故满足题中条件的直线 l 有3条.

7. $a^2-2ab-3b^2=(a-3b)(a+b)=1$，

$\because -1\leqslant\log_2(a+b)\quad 1$，

$\therefore \frac{1}{2}\leqslant a+b\quad 2$，所以 $a-3b>0$，

设 $a+b=m,a-3b=n$，则 $mn=1$，

则 $a-b=\frac{1}{2}[(a+b)+(a-3b)]=\frac{1}{2}(m+n)=\frac{1}{2}\left(m+\frac{1}{m}\right)$，$m\in\left[\frac{1}{2},2\right]$，

由双钩函数的性质可得：$y=m+\frac{1}{m}$ 在 $\left[\frac{1}{2},1\right]$ 单调递减，在 $(1,2]$ 上单调递增，

$\therefore y_{\min}=1+1=2$，$m=\frac{1}{2}$ 时，$y=\frac{5}{2}$；$m=2$ 时，$y=\frac{5}{2}$，

$\therefore a-b$ 的取值范围为：$\left[1,\frac{5}{4}\right]$.

8.由 $M=\frac{3(2-\ln 3)}{e^2}=\frac{\ln\frac{e^2}{3}}{\frac{e^2}{3}},N=\ln\sqrt[3]{3}=\frac{\ln 3}{3},P=\frac{2-\ln 4}{e}=\frac{\ln\frac{e}{2}}{\frac{e}{2}}$，

构造函数 $F(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$，则 $M=F\left(\frac{e^2}{3}\right),N=F(3),P=F\left(\frac{e}{2}\right)$.

由 $F'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ 可知：当 $0<x<e$ 时，$F'(x)>0,F(x)$ 单调递增，

当 $x>e$ 时，$F'(x)<0,F(x)$ 单调递减，当 $x=e$ 时，$F(x)$ 取得最大值 $\frac{1}{e}$.

由 $0<\frac{e}{2}<\frac{e^2}{3}<e,F(x)$ 在 $(0,e)$ 单调递增可知：$P=F\left(\frac{e}{2}\right)<M=F\left(\frac{e^2}{3}\right)$，即 $P<M$.

由 $3\in(e,+\infty)$ 在单调递减区间，令 $t=\frac{\ln x}{x}$ 有两个解 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，

则 $1<x_1<e<x_2,t\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$，可得 $t=\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}=\frac{\ln x_2+\ln x_1}{x_2+x_1}$ ①，得 $\frac{1}{x_1+x_2}=\frac{t}{\ln x_1x_2}$ ②，

令 $g(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}$，则 $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x(x+1)^2}$，当 $x>1$ 时 $g'(x)>0,g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore$ 当 $x>1$ 时，$g(x)>g(1)=0$，即 $x\in(1,+\infty)$ 时，$\ln x>\frac{2(x-1)}{x+1}$.

若 $x=\frac{x_2}{x_1}$，即 $\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}>\frac{2}{x_2+x_1}$，结合①②，得 $t>\frac{2t}{\ln(x_1x_2)}$，则有 $x_1x_2>e^2$.

又 $1<\frac{e^2}{3}<e<3,\therefore$ 当 $x_1=\frac{e^2}{3}$ 时，$\frac{e^2}{3}x_2>e^2$，故 $x_2>3$，由 $F(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 单调递减知：

$M=F\left(\frac{e^2}{3}\right)=F(x_1)=F(x_2)<F(3)=N$，即 $M<N$.

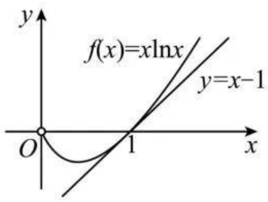
故 $P<M<N$.

11.令 $f(x)=x\ln x,x\in(0,+\infty)$，则 $f'(x)=\ln x+1$，

当 $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

当 $x\in\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，当 $x=1$ 时，$f(x)=0$，

当x趋向正无穷大时，$f(x)$ 趋向正无穷，故作出 $y=f(x)$ 的大致图象，如图所示：



由题意，方程$x\ln x=a(x-1)$恰有一个实数根，

即函数$y=f(x)$的图象与直线$y=a(x-1)$的图象有一个公共点，

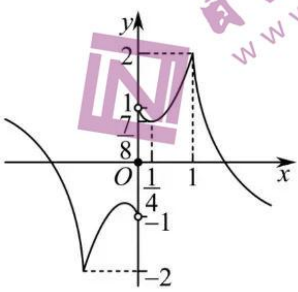
易知点$(1,0)$为函数$y=f(x)$的图象与直线$y=a(x-1)$的公共点，

又曲线$y=f(x)$在点$(1,0)$处的切线方程为$y=x-1$，所以$a=1$，

显然$a\le 0$也成立，故实数a的值为$a=1$或$a\le 0$，

12.因为$f(-x-1)=-f(x+1)$，所以函数$f(x)$为奇函数，

函数$f(x)$的图象如图所示，



对于选项A，函数在$\left[-\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right]$上不单调，故A错误；

对于选项B，$f\left(\frac{1}{2}\right)=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+1=1$，结合图象可知$n\in\left(0,\frac{1}{2}\right]$，故B正确；

对于选项C，令$2x^2-x+1=kx$，即$2x^2-(k+1)x+1=0$，

由$\Delta=(k+1)^2-8=0$，解得$k=2\sqrt{2}-1$或$-2\sqrt{2}-1$，

将$(1,2)$代入$y=kx$中，得到$k=2$，

分析可得，当$2\sqrt{2}-1<k<2$时，$y=f(x)$的图象与直线$y=kx$有7个交点，故C正确；

对于选项D，当方程$f(x)=m(m>0)$的解为4个时，$\frac{7}{8}<m<1$，不妨设$x_1<x_2<x_3<x_4$，根据对称性可得$x_2+x_3=\frac{1}{2}$，

分析图象可知，当$m=1$时，方程$f(x)=m$的解为3个，$x_1'=-\frac{15}{8},x_2'=\frac{1}{2},x_3'=\frac{9}{8}$，

又因为$x_1>x_1'$，$x_4>x_3'$，所以$x_1+x_2+x_3+x_4>-\frac{1}{4}$，故D正确.

13.必要不充分　　14.e^{41}　　15.$\frac{3}{5}/0.6$　　16.$(2,+\infty)$

16. $f(x)=x-\frac{1}{x}-m\ln x$，$x\in(0,+\infty)$，$f'(x)=1+\frac{1}{x^2}-\frac{m}{x}=\frac{x^2-mx+1}{x^2}$，

设$y=x^2-mx+1$，$\Delta=m^2-4$，

当$\Delta\le 0$时，$y=x^2-mx+1\ge 0$恒成立，即$f'(x)\ge 0$恒成立，$f(x)$单调递增，不满足；

故$\Delta>0$，即$m>2$或$m<-2$，

当$m<-2$时，$f'(x)\ge 0$在$(0,+\infty)$上恒成立，

$f(x)$单调递增，不满足，故$m>2$，

现证明$m>2$时满足条件：

设方程的两个解为x_1，x_2，不妨取$x_1<x_2$，$\begin{cases}x_1x_2=1\\x_1+x_2=m\end{cases}$，$0<x_1<1<x_2$，

当$x\in(0,x_1)$和$x\in(x_2,+\infty)$时，$f'(x)>0$，函数单调递增；

当$x\in(x_1,x_2)$时，$f'(x)<0$，函数单调递减；

$f(1)=0$，故$f(x_1)>0$，$f(x_2)<0$，

当x趋近0时，$f(x)$趋近$-\infty$，当x趋近$+\infty$时，$f(x)$趋近$+\infty$，

故$f(x)$在$(0,x_1)$和$(x_2,+\infty)$上分别有一个零点，满足条件.

综上所述：实数m的取值范围是$(2,+\infty)$.

故答案为：$(2,+\infty)$.

17.(1)当$m=4$时，$B=\{x|5\le x\le 7\}$，$\because A=\{x|-2\le x\le 5\}$，$\therefore A\cup B=\{x|-2\le x\le 7\}$；5分

(2)$\because B\cap A=B$，$\therefore B\subseteq A$，6分

当$B=\varnothing$时，满足题意，此时$m+1>2m-1$，解得$m<2$；8分

当$B\ne\varnothing$时，$\begin{cases}-2\le m+1\\2m-1\le 5\\m+1\le 2m-1\end{cases}$解得$2\le m\le 3$，9分

$\therefore$ 实数m的取值范围为$(-\infty,3]$. 10分

18.(1)函数 $f(x)=\ln x, x>0$，求导得 $f'(x)=\frac{1}{x}, f'(1)=1$， 4分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,0)$ 处的切线方程为 $y-0=x-1$，即 $x-y-1=0$． 6分

(2)函数 $g(x)=f(x)+x^2-3x=\ln x+x^2-3x, x>0$，

求导得 $g'(x)=\frac{1}{x}+2x-3=\frac{2x^2-3x+1}{x}=\frac{(2x-1)(x-1)}{x}$， 8分

当 $0<x<\frac{1}{2}$ 或 $x>1$ 时，$g'(x)>0$，当 $\frac{1}{2}<x<1$ 时，$g'(x)<0$，

因此函数 $g(x)$ 在 $(0,\frac{1}{2}),(1,+\infty)$ 上单调递增，在 $(\frac{1}{2},1)$ 上单调递减， 10分

所以函数 $g(x)$ 的单调减区间是 $(\frac{1}{2},1)$，在 $x=1$ 处取得极小值 $g(1)=-2$． 12分

19.(1)设 $A_i=$"第 i 次取到白球"，$B_i=$"第 i 次取到黑球"，

因为是有放回的取2次球，则每次都是从6个球中取球，每次取球的结果互不影响，

所以 $P(B_2)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$． 3分

(2)问题相当于"从3个白球，2个黑球中取一次球，求取到黑球的概率"，

所以所求概率 $P=\frac{2}{5}$； 6分

(3)不放回的依次取出3个球，则取到白球次数X的可能取值为1，2，3，

所以 $P(X=1)=\frac{4\times2\times1\times3}{6\times5\times4}=\frac{1}{5}$；$P(X=2)=\frac{2\times4\times3\times3}{6\times5\times4}=\frac{3}{5}$；$P(X=3)=\frac{4\times3\times2}{6\times5\times4}=\frac{1}{5}$． 9分

则X的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

故 $E(X)=1\times\frac{1}{5}+2\times\frac{3}{5}+3\times\frac{1}{5}=2$． 12分

20.(1)解：由 $(1-x)\cdot(1+2x)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots a_7x^7$，

二项式 $(1+2x)^6$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r(2x)^r, r=0,1,2,\ldots,6$， 2分

则 $a_7=-C_6^6 2^6=-64$，令 $x=0$，得 $a_0=1$， 3分

令 $x=1$，得 $a_0+a_1+\ldots+a_7=0$，所以 $\sum_{i=1}^{7}a_i=-1$， 4分

由 $(1-x)\cdot(1+2x)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots a_7x^7$，求导得：

$(5-8x)\cdot(1+2x)^5=a_1x+2a_2x+\cdots+7a_7x^6$， 5分

令 $x=1$，得 $\sum_{i=1}^{7} ia_i = a_1+2a_2+\cdots+7a_7=-3^6$； 6分

(2) $f(x)=(1+2x)^6$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^r(2x)^r, r=0,1,2,\ldots,6$，

设第 $r+1$ 项为系数最大，

则 $\begin{cases} C_6^r 2^r \ge C_6^{r-1}2^{r-1} \\ C_6^r 2^r \ge C_6^{r+1}2^{r+1} \end{cases}$，即 $\begin{cases} 2\dfrac{6!}{r!(6-r)!} \ge \dfrac{6!}{(r-1)!(7-r)!} \\ \dfrac{6!}{r!(6-r)!} \ge \dfrac{2\cdot 6!}{(r+1)!(5-r)!} \end{cases}$， 9分

解得 $\dfrac{11}{3} \le r \le \dfrac{14}{3}$，则 $r=4$， 11分

所以 $f(x)$ 的展开式中系数最大的项是 $T_5=C_6^4(2x)^4=240x^4$． 12分

21.(1) 根据题意，列联表完成如下：

性别	是否体验汉服		合计
	体验汉服	没有体验汉服	
女	180	100	280
男	40	80	120
合计	220	180	400

2分

假设为 H_0：性别与体验汉服之间无关联.

根据列联表数据，经计算得到

$$\chi^2=\frac{400\times(180\times 80-100\times 40)^2}{280\times 120\times 220\times 180}\approx 32.516>10.828=x_{0.001}$$， 3分

根据小概率值 $\alpha=0.001$ 的独立性检验，推断 H_0 不成立.

即认为体验汉服与性别之间有关联，此推断犯错误的概率不超过 0.001． 4分

(2) 由数据可知，

因为 $\overline{x}=\dfrac{3+4+6+8+11+15+16}{7}=9$，

$\overline{y}=\dfrac{6+10+15+17+23+38+45}{7}=22$， 6分

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iy_i-7\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{7}x_i^2-7\overline{x}^2}\cdot\sqrt{\sum_{i=1}^{7}y_i^2-7\overline{y}^2}}=\frac{1827-7\times 9\times 22}{\sqrt{727-7\times 9^2}\sqrt{4648-7\times 22^2}}=\frac{441}{\sqrt{160}\cdot\sqrt{1260}}$$

$=\frac{441}{120\sqrt{14}}\approx 0.98$，因为$0.98>0.75$， 7分

所以线性相关程度很强，可用线性回归模型拟合y与x的关系． 8分

(3)由数据及公式可得：$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iy_i-7\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum_{i=1}^{7}x_i^2-7\overline{x}^2}=\frac{441}{160}\approx 2.8$， 9分

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=22-2.8\times 9=-3.2$， 10分

故y关于x的经验回归方程为$\hat{y}=2.8x-3.2$， 11分

当$x=18$万元时，销售额预计为$\hat{y}=2.8\times 18-3.2=47.2$万元． 12分

22.(1) $f'(x)=\ln x-ax$在$(0,+\infty)$上有两个变号零点，即$a=\frac{\ln x}{x}$有两个不等实根，

设$g(x)=\frac{\ln x}{x},g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，当$0<x<e$时，$g'(x)>0$，当$x>e$时，$g'(x)<0$，

则$g(x)$在$(0,e)$上单调递增，在$(e,+\infty)$上单调递减，$g(x)_{\max}=\frac{1}{e}$，

而$g(1)=0$，且当$x>1$，恒有$g(x)>0$成立，于是$0<a<\frac{1}{e}$，且$1<x_1<e<x_2$，

即有$f(x_1)=x_1\ln x_1-\frac{1}{2}ax_1^2-x_1+1$，又$a=\frac{\ln x_1}{x_1}$，

则$f(x_1)=x_1\ln x_1-\frac{1}{2}\cdot\frac{\ln x_1}{x_1}\cdot x_1^2-x_1+1=\frac{1}{2}x_1\ln x_1-x_1+1$，

令$h(x)=\frac{1}{2}x\ln x-x+1,x\in(1,e)$，求导得$h'(x)=\frac{1}{2}(\ln x-1)<0$，即$h(x)$在$(1,e)$上单调递减，

从而$h(x)\in(1-\frac{e}{2},0)$，所以$f(x_1)\in(1-\frac{e}{2},0)$． 4分

(2)由(1)知，方程$\ln x-ax=0$的两个实根x_1,x_2，即$\ln x_1=ax_1,\ln x_2=ax_2$，

亦即$\ln x_2-\ln x_1=a(x_2-x_1)$，从而$a=\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}$，设$t=\frac{x_2}{x_1}$，又$0<2x_1<x_2$，即$t>2$，

要证$8x_1<x_2^2$，即证$3\ln 2+\ln x_1<2\ln x_2$，即证$3\ln 2+ax_1<2ax_2$，

即证$a(2x_2-x_1)>3\ln 2$，即证$\frac{\ln x_2-\ln x_1}{x_2-x_1}(2x_2-x_1)>3\ln 2$，

即证$\ln\frac{x_2}{x_1}\cdot\frac{2x_2-x_1}{x_2-x_1}>3\ln 2$，即证$\ln\frac{x_2}{x_1}\cdot\frac{\frac{2x_2}{x_1}-1}{\frac{x_2}{x_1}-1}>3\ln 2$，即证$\frac{2t-1}{t-1}\cdot\ln t>3\ln 2$，

令$\varphi(t)=\frac{2t-1}{t-1}\cdot\ln t,(t>2),\varphi'(t)=\frac{2t+\frac{1}{t}-\ln t-3}{(t-1)^2},(t>2)$，

设 $F(t)=2t+\frac{1}{t}-\ln t-3,(t>2),F'(t)=2-\frac{1}{t^2}-\frac{1}{t}=\frac{(2t+1)(t-1)}{t^2}>0$,

则 $F(t)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，有 $F(t)>F(2)=\frac{3}{2}-\ln 2>0$,

于是 $\varphi'(t)>0$，即有 $\varphi(t)$ 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，因此 $\varphi(t)>\varphi(2)=3\ln 2$，即 $\frac{2t-1}{t-1}\cdot\ln t>3\ln 2$,

所以 $8x_1<x_2^2$ 成立．12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。