

## 2020 年哈三中高三学年第二次模拟考试

### 数学试卷（文史类）

**考试说明：**本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂，非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的笔书写，字体工整，字迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不得折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、刮纸刀。

#### 第 I 卷（选择题，共 60 分）

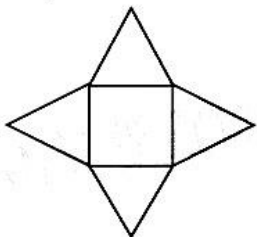
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x | y = \lg(x-2)\}$ ， $B = \{x | x^2 - 5x + 4 < 0\}$ ，则  $(C_R A) \cap B =$   
 A.  $\{x | 1 < x < 2\}$     B.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$     C.  $\{x | 1 < x < 4\}$     D.  $\{x | 1 < x \leq 4\}$
2. 若复数  $z$  满足  $z(i-2) = i$ ，其中  $i$  是虚数单位，则  $|z| =$   
 A.  $\frac{1}{3}$     B.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     C.  $\frac{1}{5}$     D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
3. 已知直线  $l_1: mx + y - 1 = 0$ ， $l_2: (2m+3)x + my - 1 = 0$ ， $m \in R$ ，则“ $m = -2$ ”是“ $l_1 \perp l_2$ ”的  
 A. 充分不必要条件    B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件    D. 既不充分也不必要条件

4. 若  $a, b, c$  为实数, 且  $a > b$ , 则下列结论正确的是
- A.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$       B.  $a^2 > b^2$       C.  $a|a| > b|b|$       D.  $ac^2 > bc^2$
5. 抛物线  $y^2 = 24x$  的焦点为  $F$ , 直线  $y = \sqrt{3}x$  与抛物线交于点  $A$  (异于原点), 则点  $A$  到焦点  $F$  的距离为
- A. 12      B. 14      C. 18      D. 24
6. 为了得到函数  $f(x) = \sin(2x + \frac{3\pi}{4})$  的图象, 可以将函数  $g(x) = \cos 2x$  的图象
- A. 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位      B. 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
C. 向右平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位      D. 向左平移  $\frac{\pi}{8}$  个单位
7. 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $3a_2 + a_6 = -12$ ,  $S_{10} = 20$ , 则  $S_n$  取最小值时,  $n$  的值为
- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5
8. 函数  $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$ , 则不等式  $f(2) < f(\log_2 x)$  的解集是
- A.  $(0, 4)$       B.  $(\frac{1}{4}, 4)$       C.  $(4, +\infty)$       D.  $(0, \frac{1}{4}) \cup (4, +\infty)$
9. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左右焦点, 以  $F_2$  为圆心、 $a$  为半径的圆与双曲线的一条渐近线交于  $A, B$  两点, 若  $|AB| > \frac{|F_1F_2|}{2}$ , 则双曲线的离心率的取值范围是
- A.  $(1, \frac{2\sqrt{10}}{5})$       B.  $(1, \frac{2\sqrt{6}}{3})$       C.  $(1, \sqrt{2})$       D.  $(1, \frac{4\sqrt{34}}{17})$
10. 2020 年新型冠状病毒肺炎蔓延全国, 作为主要战场的武汉, 仅用了十余天就建成了“小汤山”模式的火神山医院和雷神山医院, 再次体现了中国速度. 随着疫情发展,

某地也需要参照“小汤山”模式建设临时医院，其占地是由一个正方形和四个以正方形的边为底边、腰长为  $400m$  的等腰三角形组成的图形（如图所示），为使占地面积最大，则等腰三角形的底角为

- A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{6}$       D.  $\frac{\pi}{8}$



11. 在边长为 2 的菱形  $ABCD$  中， $BD = 2\sqrt{3}$ ，将菱形  $ABCD$  沿对角线  $AC$  折起，使得平面  $ABC \perp$  平面  $ACD$ ，则所得三棱锥  $A-BCD$  的外接球表面积为

- A.  $\frac{8\pi}{3}$       B.  $\frac{14\pi}{3}$       C.  $\frac{20\pi}{3}$       D.  $\frac{32\pi}{3}$

12. 若函数  $f(x) = (2ax + \frac{\ln x}{x}) \ln x - (a-1)x^3$  有三个不同的零点，则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $(0, \frac{4e^2+1}{4e^2-4e})$     B.  $(1, \frac{4e^2+1}{4e^2-4e})$     C.  $(0,1) \cup (1, \frac{4e^2+1}{4e^2-4e})$     D.  $(0,1) \cup \{\frac{4e^2+1}{4e^2-4e}\}$

## 2020 年哈尔滨市第三中学校第二次高考模拟考试

### 数学试卷（文史类）

#### 第 II 卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

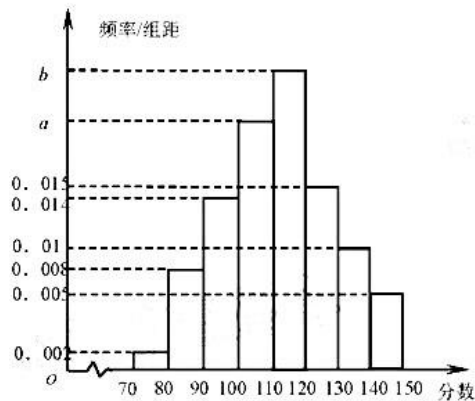
13. 已知向量  $a, b$  满足  $|a|=1, |b|=2, |a-b|=\sqrt{3}$ , 则  $a \cdot b =$ \_\_\_\_\_.
14. 已知函数  $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ , 若直线  $x = \theta$  是曲线  $y = f(x)$  的一条对称轴, 则  $\cos 2\theta =$ \_\_\_\_\_.
15. 《史记·卷六十五·孙子吴起列传第五》中记载了“田忌赛马”的故事. 齐王有上等、中等、下等马各一匹; 田忌也有上等、中等、下等马各一匹. 田忌的上等马优于齐王的中等马, 劣于齐王的上等马; 田忌的中等马优于齐王的下等马, 劣于齐王的中等马; 田忌的下等马劣于齐王的下等马. 现规定从双方的马匹中随机各选取一匹进行一场比赛, 有优势的马一定会获胜, 则在一场比赛中齐王获胜的概率为\_\_\_\_\_.
16. 已知圆  $C_1: (x+3)^2 + y^2 = 1, C_2: (x-3)^2 + y^2 = 81$ , 动圆  $C$  与圆  $C_1, C_2$  都相切, 则动圆  $C$  的圆心轨迹  $E$  的方程为\_\_\_\_\_; 斜率为  $\sqrt{2}$  的直线  $l$  与曲线  $E$  仅有三个公共点, 依次为  $P, Q, R$ , 则  $|PR|$  的值为\_\_\_\_\_.

三、解答题：共 70 分。解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

哈尔滨市第三中学校响应教育部门疫情期间“停课不停学”的号召，实施网络授课，为检验学生上网课的效果，高三学年进行了一次网络模拟考试，全学年共 1500 人，现从中抽取了 100 人的数学成绩，绘制成频率分布直方图（如下图所示）。已知这 100 人中  $[110,120)$  分数段的人数比  $[100,110)$  分数段的人数多 6 人。



- (1) 根据频率分布直方图，求  $a, b$  的值，并估计抽取的 100 名同学数学成绩的中位数；
- (2) 现用分层抽样的方法从分数在  $[130,140)$ ,  $[140,150]$  的两组同学中随机抽取 6 名同学，从这 6 名同学中再任选 2 名同学作为“网络课堂学习优秀代表”发言，求这 2 名同学的分数不在同一组内的概率。

18. (本小题满分 12 分)

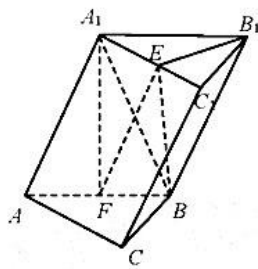
已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = -3, S_5 = 5$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $2^{n+1} - 2$ .

- (1) 求数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  的通项公式;
- (2) 设  $c_n = a_n b_n$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

19. (本小题满分 12 分)

三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 平面  $AA_1B_1B \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB = AA_1 = A_1B = 4$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ , 点  $F$  为棱  $AB$  的中点, 点  $E$  为线段  $A_1C_1$  上的动点.

- (1) 求证:  $EF \perp BC$ ;
- (2) 若点  $E$  为线段  $A_1C_1$  的中点, 求点  $C$  到平面  $BEF$  的距离.



数学试卷(文史类) 第 6 页 (共 8 页)

20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ , 上、下顶点分别为  $B_1, B_2$ , 四边形  $A_1B_1A_2B_2$  的面积为  $4\sqrt{3}$ , 坐标原点  $O$  到直线  $A_1B_1$  的距离为  $\frac{2}{7}\sqrt{21}$ .

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 若直线  $l$  与椭圆  $C$  相交于  $A, B$  两点, 点  $P$  为椭圆  $C$  上异于  $A, B$  的一点, 四边形  $OAPB$  为平行四边形, 探究: 平行四边形  $OAPB$  的面积是否为定值? 若是, 求出此定值; 若不是, 请说明理由.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = mx \ln x - (m+1) \ln x, m > 0$ .

(1)  $f'(x)$  为函数  $f(x)$  的导数, 讨论函数  $f'(x)$  的单调性;

(2) 若函数  $f(x)$  与  $g(x) = \frac{3}{e} - x$  的图象有两个交点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) (x_1 < x_2)$ ,

求证:  $x_2 + \frac{1}{e} < x_1 + e$ .



(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系中, 已知曲线  $C: \begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = 4 + 2 \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 直线  $l:$

$$\begin{cases} x = t \cos \beta \\ y = t \sin \beta \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}, 0 < \beta < \frac{\pi}{2}),$$

直线  $l$  与曲线  $C$  相切于点  $P$ . 以坐标原点  $O$

为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线  $C$  的极坐标方程及点  $P$  的极坐标;

(2) 曲线  $C_1$  的直角坐标方程为  $(x - 2\sqrt{3})^2 + y^2 = 10$ , 直线  $l_1$  的极坐标方程为

$\theta = \frac{\pi}{6}$  ( $\rho \in R$ ), 直线  $l_1$  与曲线  $C_1$  交于  $A, B$  两点, 记  $\triangle POA$  的面积为  $S$ ,  $\triangle BOC_1$  的

面积为  $S'$ , 求  $\frac{S}{S'} + \frac{S'}{S}$  的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分)

已知  $f(x) = |x - 2| - |2x - 3|$ .

(1) 求不等式  $f(x) \geq -\frac{1}{2}$  的解集;

(2) 设函数  $f(x)$  的最大值为  $m$ ,  $a, b > 0$ , 且  $\frac{1}{a} + b = 2m$ , 证明:

$$(a^2 - 1)\left(\frac{1}{b^2} - 1\right) \geq 9.$$



## 关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（<http://www.zizzs.com/>）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

