赣州市2023年高三年级摸底考试
数学(理科)试卷

2023年3月

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分，考试时间120分钟

第Ⅰ卷（选择题共60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知全集$U=\{x|-1<x\leqslant 1\}$，集合$A=\{x|\frac{1}{x}\geqslant 1\}$，则$\complement_U A=$

A．$(-1,1)$　　B．$(-1,0]$　　C．$(-1,0)$　　D．$(0,1]$

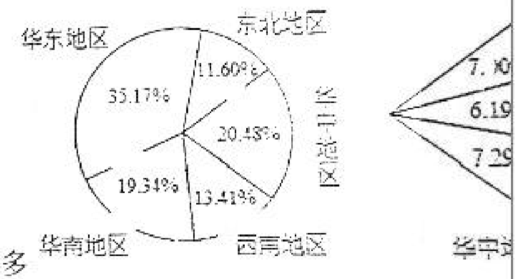
2．已知i为虚数单位，若$\frac{a+\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=1+\mathrm{i}$，则实数$a$的值为

A．3　　B．2　　C．1　　D．-1

3．在平面直角坐标系中，角α,β均以坐标原点为顶点，x轴的正半轴为始边．若点$(1,2)$在角α的终边上，点$(-2,6)$在角β的终边上，则$\cos(\alpha+\beta)=$

A．$\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　B．$-\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4．某公司对2022年的营收额进行了统计，并绘制成如图所示的扇形统计图．在华中地区的三省中，湖北省的营收额最多，河南省的营收额最少，湖南省的营收额约2156万元．则下列说法错误的是



A．该公司2022年营收总额约为30800万元

B．该公司在华南地区的营收额比河南省营收额的3倍还多

C．该公司在华东地区的营收额比西南地区、东北地区及湖北省的营收额之和还多

D．该公司在湖南省的营收额在华中地区的营收额的占比约为35.6%

5．已知点$A(0,3\sqrt{7})$，双曲线$E:\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{7}=1$的左焦点为$F$，点$P$在双曲线$E$的右支上运动．当$\triangle APF$的周长最小时，$|AP|+|PF|=$

A．$6\sqrt{2}$　　B．$7\sqrt{2}$　　C．$8\sqrt{2}$　　D．$9\sqrt{2}$

6．已知$(x-1)^4(x+2)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9$，则$a_2+a_4+a_6+a_8=$

A．40　　B．8　　C．-16　　D．-24

7．在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，若a,b,c成等差数列，$C=2(A+B)$，则$\frac{b}{a}=$

A．$\frac{7}{5}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．7/[illegible]

8. 已知$a=\log_{0.7}0.3,b=\log_{0.3}0.7,c=0.5$，则

A. $a<b<c$　　B. $c<b<a$　　C. $a<c<b$　　D. $b<c<a$

9. 若函数$f\left(x\right)=x-\frac{1}{|x|}$，则方程$f^2\left(x\right)-f\left(x\right)-6=0$的实根个数为

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

10. 德国数学家米勒曾提出最大视角问题，这一问题一般的描述是：已知点A,B是$\angle MON$的ON边上的两个定点，C是OM边上的一个动点，当C在何处时，$\angle ACB$最大？问题的答案是：当且仅当$\triangle ABC$的外接圆与边OM相切于点C时最大，人们称这一命题为米勒定理．已知点D,E的坐标分别是$(0,1),(0,m)$，F是x轴正半轴上的一动点．若$\angle DFE$的最大值为$\frac{\pi}{6}$，则实数m的值为

A. $\frac{3}{2}$　　B. 2　　C. 3　　D. 4

11. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，椭圆$C$在第一象限存在点$M$，使得$|MF_1|=|F_1F_2|$，直线$F_1M$与$y$轴交于点$A$，且$F_2A$是$\angle MF_2F_1$的角平分线，则椭圆$C$的离心率为

A. $\frac{\sqrt{6}-1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

12. 在棱长为6的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，M,N分别为CD,B_1C_1的中点，则三棱锥$M-AA_1N$外接球的表面积为

A. 56π　　B. 66π　　C. 76π　　D. 86π

第II卷（非选择题共90分）

本卷包括必考题和选考题两部分，第13～21题为必考题，每个试题考生都必须作答，第22～23题为选考题，考生根据要求作答．

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(4,k)$．若$(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则实数$k$的值为________．

14. 若实数x,y满足约束条件$\begin{cases}y\geqslant 0,\\ x\leqslant 5,\\ y\leqslant \ln x,\end{cases}$则$z=\frac{y}{x}$的最大值为________．

15. 已知函数$f\left(x\right)=2\cos^2x-\left(\sin x+\cos x\right)^2-2$．若存在$x_1,x_2\in\left[0,\frac{3\pi}{4}\right]$，使不等式$f\left(x_1\right)<k<f\left(x_2\right)$成立，则整数$k$的值可以为________(写出一个即可)．

16. 已知函数$f(x),g(x)$的定义域均为$\mathbf{R}$，且$f(x)+g(x+2)=1,f(x-4)-g(x)=3$．若$y=f(x)$的图像关于直线$x=1$对称，且$f(-1)=0$，有四个结论①$g(1)=1$；②4为$g(x)$的周期；③$g(x)$的图像关于$(4,-1)$对称；④$g(2)=-1$，正确的是________（填写题号）．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

17．（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$满足$\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_n}=\dfrac{n^2+n+2}{2}$．

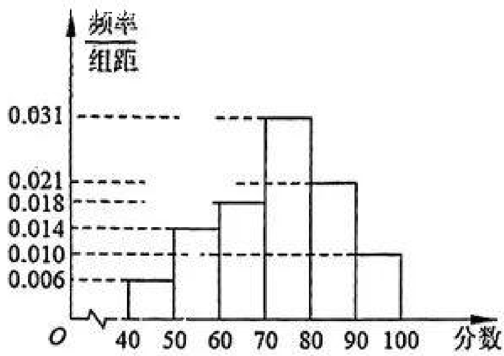
（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记$b_n=\dfrac{1}{a_n+\sqrt{a_n}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$S_n$．

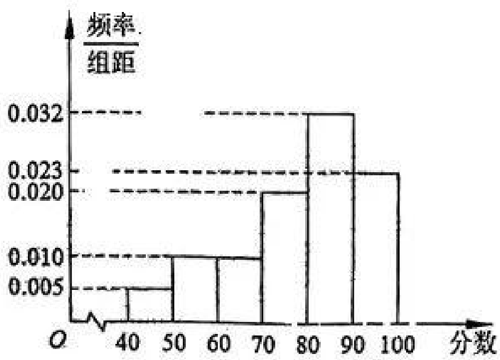
18．（本小题满分12分）

近年来，我国加速推行垃圾分类制度，全国垃圾分类工作取得积极进展．某城市推出了两套方案，并分别在A,B两个大型居民小区内试行．方案一：进行广泛的宣传活动，通过设立宣传点、发放宣传单等方式，向小区居民和社会各界宣传垃圾分类的意义，讲解分类垃圾桶的使用方式，垃圾投放时间等，定期召开垃圾分类会议和知识宣传教育活动；方案二：智能化垃圾分类，在小区内分别设立分类垃圾桶，垃圾回收前端分类智能化，智能垃圾桶操作简单，居民可以通过设备进行自动登录、自动称重、自动积分等一系列操作．建立垃圾分类激励机制，比如，垃圾分类换积分，积分可兑换礼品等，激发了居民参与垃圾分类的热情，带动居民积极主动地参与垃圾分类．经过一段时间试行之后，在这两个小区内各随机抽取了100名居民进行问卷调查，记录他们对试行方案的满意度得分（满分100分），将数据分成6组：

$[40,50),[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100]$，并整理得到如下频率分布直方图：



A小区　方案一



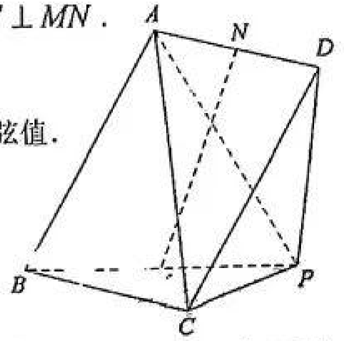
B小区　方案二

（1）请通过频率分布直方图分别估计两种方案满意度的平均得分，判断哪种方案的垃圾分类推广措施更受居民欢迎（同一组中的数据用该组中间的中点值作代表）；

（2）以样本频率估计概率，若满意度得分不低于70分说明居民赞成推行此方案，低于70分说明居民不太赞成推行此方案．现从B小区内随机抽取5个人，用X表示赞成该小区推行方案的人数，求X的分布列及数学期望．

19. (本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为平行四边形，平面 $PAB\perp$ 平面 PBC，$PB=2PC=2$，$AB=AP$，M,N 分别为 BP,AD 的中点，且 $PC\perp MN$．



(1) 证明：$PC\perp AD$；

(2) 若 $\triangle ABP$ 为等边三角形，求直线 MN 与平面 PAC 所成角的正弦值．

20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$，F 为其焦点，点 $M(2,y_0)$ 在 C 上，且 $S_{\triangle OFM}=4$（O 为坐标原点）．

(1) 求抛物线 C 的方程；

(2) 若 A,B 是 C 上异于点 O 的两个动点，当 $\angle AOB=90^\circ$ 时，过点 O 作 $ON\perp AB$ 于 N，问平面内是否存在一个定点 Q，使得 $|NQ|$ 为定值？若存在，请求出定点 Q 及该定值；若不存在，请说明理由．

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=e^{x-a}-x$（$a\in\mathbf{R}$，e 为自然对数的底数）．

(1) 若函数 $f(x)$ 有两个零点，求实数 a 的取值范围；

(2) 函数 $g(x)=e^{x-a}-x\ln x+(1-a)x$，$a\in(1,3-\ln 3]$，记 $g(x)$ 的极小值为 $h(a)$，求函数 $h(a)$ 的值域．

请考生在第 22、23 题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22. (本小题满分 10 分)[选修 4－4：坐标系与参数方程]

在直角坐标系 xOy 中，已知曲线 $C_1:\begin{cases}x=\sqrt{2}\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），曲线 $C_2:\rho=r(r>0)$，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系．

(1) 求曲线 C_1 的极坐标方程及曲线 C_2 的普通方程；

(2) 已知 A,B 是曲线 C_1 上的两个动点（异于原点），且 $\angle AOB=90^\circ$，若曲线 C_2 与直线 AB 有且仅有一个公共点，求 r 的值．

23. (本小题满分 10 分)[选修 4－5：不等式选讲]

已知函数 $f(x)=|x+2a|+\left|2x-\dfrac{1}{a}\right|(a\neq 0)$．

(1) 若 $a=1$，解不等式 $f(x)\leqslant 6$；

(2) 证明：$f(x)\geqslant 2$．

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信搜一搜

自主选拔在线