# 攀枝花市2023届高三第三次统一考试数学（文科）

## 参考答案

**一、选择题：（每小题5分，共60分）**

（1~5）CBDBA　（6~10）CCADB　（11~12）AB

**二、填空题：（每小题5分，共20分）**

13、$\underline{2}$　14、$\underline{-3}$　15、$\underline{\frac{69\pi}{5}}$　16、$\underline{\frac{5\sqrt{3}}{14}}$

**三、解答题：（本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）**

17、（本小题满分12分）

解：（1）由已知得：$\overline{x}=10\times0.015\times10+20\times0.040\times10+30\times0.025\times10+40\times0.020\times10=25$.………3分

因为$0.15+0.4>0.5$，所以中位数在第二组，设中位数为$x$

则$0.015\times10+0.04\times(x-15)=0.5$，解得$x=23.75$．………………5分

（2）质量指标值位于$[15,25)$，$[35,45)$内的产品的频率分别为$0.04\times10=0.4$，$0.02\times10=0.2$，

其中$0.4:0.2=2:1$，………………7分

所以用分层抽样的方法抽取的6个产品中，质量落在$[15,25)$有4个，分别记为$A,B,C,D$，质量落在$[35,45)$有2个，分别记为$a,b$………………8分

则从这6个产品中随机抽2个，共15种情况，如下：$AB,AC,AD,Aa,Ab,BC,BD,Ba,Bb,CD,Ca,Cb,Da,Db,ab$，这15种情况发生的可能性是相等的．…………………10分

设事件$M$为从这6个产品中随机抽2个，这2个产品质量指标值至少有一个位于$[35,45)$内，有$Aa,Ab,Ba,Bb,Ca,Cb,Da,Db,ab$共9种情况．…………………11分

则$P(M)=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$．………………12分

18、（本小题满分12分）

（1）解：由条件①得，因为$S_1$，$S_2$，$S_4$成等比数列，则$S_2^2=S_1S_4$，………………1分

即$(2a_1+d)^2=a_1(4a_1+6d)$，又$d\neq0$，则$d=2a_1$，………………2分

由条件②得$S_4=4a_1+6d=32$，即$2a_1+3d=16$，………………3分

由条件③得$S_6=3(a_6+2)$，可得$6a_1+15d=3(a_1+5d+2)$，即$a_1=2$．………………4分

若选①②，则有$\begin{cases}d=2a_1\\2a_1+3d=16\end{cases}$，可得$\begin{cases}a_1=2\\d=4\end{cases}$，则$a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$；………………6分

若选①③，则$d=2a_1=4$，则$a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$；………………6分

若选②③，则$2a_1+3d=4+3d=16$，可得$d=4$，所以$a_n=a_1+(n-1)d=4n-2$．………………6分

（2）证明：由$b_n-b_{n-1}=2a_n=8n-4(n\geq2)$，且$b_1=3$，

当$n\geq2$时，则有$b_n=b_1+(b_2-b_1)+(b_3-b_2)+\cdots+(b_n-b_{n-1})=3+12+20+\cdots+(8n-4)$

$$=3+\frac{(8n-4+12)(n-1)}{2}=4n^2-1\text{………………8分}$$

又$b_1=3$也满足$b_n=4n^2-1$，故对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，有$b_n=4n^2-1$，………………9分

则$\frac{1}{b_n}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})$，………………10分

所以$T_n=\frac{1}{2}[(1-\frac{1}{3})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{5})+\cdots+(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1})]=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2n+1})<\frac{1}{2}$，………………11分

由于$T_n=\dfrac{n}{2n+1}$单调递增，所以$T_n\ge T_1=\dfrac{1}{3}$，

综上：$\dfrac{1}{3}\le T_n<\dfrac{1}{2}$．………………12 分

19、（本小题满分 12 分）

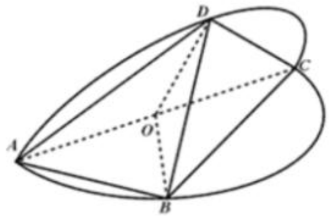
证明：（1）由题意得到$AB=BD=1$，$AD=\sqrt{2}$，所以$AD^2=AB^2+BD^2$．………………2 分

由勾股定理的逆定理，得到$AB\perp BD$．………………3 分

$\angle ABC$为直径所对的圆周角，所以$AB\perp BC$．………………5 分

又$\because BD\cap BC=B$　　$\therefore AB\perp$平面$BCD$．………………6 分

（2）由（1）同理可得$DC\perp$平面$ABD$．………………8 分




$V_{D-OBC}=V_{O-BCD}=\dfrac{1}{2}V_{A-BCD}=\dfrac{1}{12}AB\cdot BD\cdot DC=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$．………………12 分

20、（本小题满分 12 分）

解　（1）易知椭圆的$c=2$．……………………1 分

$\because$点$G$在椭圆上，且$|GF_1|+|GF_2|=\sqrt{4^2+\dfrac{1}{5}}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$，$\therefore 2a=2\sqrt{5}\Rightarrow a=\sqrt{5}$．……………………3 分

由$a^2=b^2+c^2$得$b=1$，$\therefore$椭圆$C$的标准方程为：$\dfrac{x^2}{5}+y^2=1$．……………………4 分

（2）**法一：**设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，根据对称性不妨假设$A,B$都在$y$轴的左侧

设直线$MA:y=k_1x+1$，

将$y=k_1x+1$代入$x^2+y^2=1$得$(1+k_1^2)x^2+2k_1x=0$，

所以$x_1=-\dfrac{2k_1}{1+k_1^2},y_1=k_1x_1+1=\dfrac{1-k_1^2}{k_1^2+1}$．………………6 分

设直线$MB:y=k_2x+1$，

将$y=k_2x+1$代入$\dfrac{x^2}{5}+y^2=1$得$(1+2k_2^2)x^2+4k_2x=0$，

所以$x_2=\dfrac{-10k_2}{1+5k_2^2}=\dfrac{-10k_1}{5+k_1^2}$，$y_2=\dfrac{1-5k_2^2}{1+5k_2^2}=\dfrac{5-k_1^2}{5+k_1^2}$．………………8 分

所以$k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{\dfrac{1-k_1^2}{k_1^2+1}-\dfrac{5-k_1^2}{5+k_1^2}}{\dfrac{-2k_1}{k_1^2+1}+\dfrac{10k_1}{5+k_1^2}}=-\dfrac{1}{k_1}$，所以$MA\perp AB$．………………10 分

又$MN$为圆$x^2+y^2=1$的直径，　　$\therefore NA\perp MA$．………………12 分

故$N,A,B$三点共线．………………12 分

**法二：**$k_{BM}\cdot k_{BN}=\dfrac{y_2-1}{x_2}\cdot\dfrac{y_2+1}{x_2}=\dfrac{y_2^2-1}{x_2^2}=\dfrac{y_2^2-1}{5-5y_2^2}=-\dfrac{1}{5}$．……………………7 分

由$k_1=5k_2$得：$k_{BN}=-\dfrac{1}{5k_2}=-\dfrac{1}{k_1}$．……………………9 分

$MN$为圆$x^2+y^2=1$的直径，$\therefore NA\perp MA$　　$\therefore k_{AN}=-\dfrac{1}{k_1}=k_{BN}$．……………………11 分

故 $N,A,B$ 三点共线．……………………12 分

21、（本小题满分 12 分）

解：（1）定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=(x+1)e^x-\dfrac{a}{x}$．………………1 分

由题意知 $\begin{cases} f'(1)=2e-a=2e+1 \\ f(1)=2e+1-b=e \end{cases}$，解得 $a=-1,b=e+1$．………………3 分

（2）由题意有 $(x-2)e^x+\ln x-x+m<0$ 恒成立，即 $m<(-x+2)e^x-\ln x+x$ 恒成立

设 $g(x)=(-x+2)e^x-\ln x+x$，$x\in[\dfrac{1}{2},1]$，$g'(x)=(1-x)(e^x-\dfrac{1}{x})$．………………4 分

$\therefore$ 当 $\dfrac{1}{2}\le x\le 1$ 时，$1-x\ge 0$，

令 $h(x)=e^x-\dfrac{1}{x}$，其中 $x\in[\dfrac{1}{2},1]$，则 $h'(x)=e^x+\dfrac{1}{x^2}>0$

所以函数 $h(x)=e^x-\dfrac{1}{x}$ 在 $x\in[\dfrac{1}{2},1]$ 上单调递增．………………5 分

因为 $h(\dfrac{1}{2})=\sqrt{e}-2<0$，$h(1)=e-1>0$，所以存在唯一 $x_0\in(\dfrac{1}{2},1)$，

使得 $h(x_0)=e^{x_0}-\dfrac{1}{x_0}=0$，即 $e^{x_0}=\dfrac{1}{x_0}$，可得 $x_0=-\ln x_0$．………………7 分

当 $\dfrac{1}{2}<x<x_0$ 时，$g'(x)>0$，此时函数 $g(x)$ 单调递减，

当 $x_0<x<1$ 时，$g'(x)<0$，此时函数 $g(x)$ 单调递增．………………8 分

$\therefore g(x)_{\min}=g(x_0)=(-x_0+2)e^{x_0}-\ln x_0+x_0=(-x_0+2)\cdot\dfrac{1}{x_0}+2x_0=-1+\dfrac{2}{x_0}+2x_0$，

$\because y=-1+\dfrac{2}{x}+2x$ 在 $x\in(0,1)$ 递减，　$\because x_0\in(\dfrac{1}{2},1)$，$\therefore g(x_0)=-1+\dfrac{2}{x_0}+2x_0\in(3,4)$．………………10 分

$\therefore$ 当 $m\le 3$ 时，不等式 $m<(-x+2)e^x-\ln x+x$ 对任意 $x\in[\dfrac{1}{2},1]$ 恒成立，

$\therefore$ 正整数 $m$ 的最大值是 3．………………12 分

**请考生在 22~23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号右侧的方框涂黑．**

22.（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

解 （1）依题意得 $\begin{cases} x^2=t^2+2+\dfrac{1}{t^2} \\ y^2=t^2-2+\dfrac{1}{t^2} \end{cases}$，化简整理得：$x^2-y^2=4$．………………2 分

令 $x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$，化简得 $\rho^2\cos 2\theta=4$．………………3 分

对于 $(x-2)^2+y^2=4\Rightarrow x^2+y^2-4x=0$，化简得：$\rho=4\cos\theta$．………………5 分

（2）设 $A(\rho_A,\theta),B(\rho_B,\theta)$

依题意得$\begin{cases}\rho^2\cos 2\theta=4\\ \theta=\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$，解得$\rho_A=2\sqrt{2}$;··················6 分

$\begin{cases}\rho=4\cos\theta\\ \theta=\dfrac{\pi}{6}\end{cases}$，解得$\rho_B=2\sqrt{3}$ ··················7 分

$\therefore |AB|=\rho_B-\rho_A=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ ··················8 分

设$C_2$到射线$\theta=\dfrac{\pi}{6}$的距离为$d$，$\because \dfrac{d}{|OC_2|}=\sin\dfrac{\pi}{6}$，解得$d=1$ ··················9 分

$\therefore S_{\Delta C_2AB}=\dfrac{1}{2}|AB|\cdot d=\dfrac{1}{2}(2\sqrt{3}-2\sqrt{2})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$. ··················10 分

23.（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

解：（1）当$x<1$时，不等式可化为$4-2x\le x+1\Rightarrow x\ge 1$.　$\therefore x\in\phi$ ··················1 分

当$1\le x\le 3$时，不等式可化为$2\le x+1\Rightarrow x\ge 1$.　$\therefore 1\le x\le 3$. ··················2 分

当$x>3$时，不等式可化为$2x-4\le x+1\Rightarrow x\le 5$.　$\therefore 3<x\le 5$. ··················3 分

综上所得，原不等式的解集为$[1,5]$. ··················5 分

（2）由绝对值不等式性质得$|x-1|+|x-3|\ge|(1-x)+(x-3)|=2$，··················7 分

$\therefore c=2$，即$a+b=2$.

所以$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+1}=\dfrac{1}{3}(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b+1})[a+(b+1)]=\dfrac{1}{3}(2+\dfrac{b+1}{a}+\dfrac{a}{b+1})\ge\dfrac{4}{3}$. ··················9 分

当且仅当$\begin{cases}a+b=2\\ a=b+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}\\ b=\dfrac{1}{2}\end{cases}$时取到等号. ··················10 分

# 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。