中学生标准学术能力诊断性测试 2019 年 11 月测试

理科数学试卷（一卷）

扫码查成绩

本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $U=\{-1,1,3,5,7,9\}$，$A=\{1,5\}$，$B=\{-1,5,7\}$，则 $C_U(A\cup B)=$

A．$\{3,9\}$　　B．$\{1,5,7\}$　　C．$\{-1,1,3,9\}$　　D．$\{-1,1,3,7,9\}$

2．已知空间三条直线 l,m,n，若 l 与 m 垂直，l 与 n 垂直，则

A．m 与 n 异面　　B．m 与 n 相交

C．m 与 n 平行　　D．m 与 n 平行、相交、异面均有可能

3．复数 z 满足 $|z-1|=|z+3|$，则 $|z|$

A．恒等于 1　　B．最大值为 1，无最小值

C．最小值为 1，无最大值　　D．无最大值，也无最小值

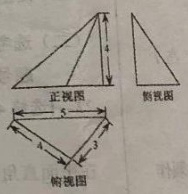
4．某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的表面积（单位：cm^2）是

A．16

B．32

C．44

D．64



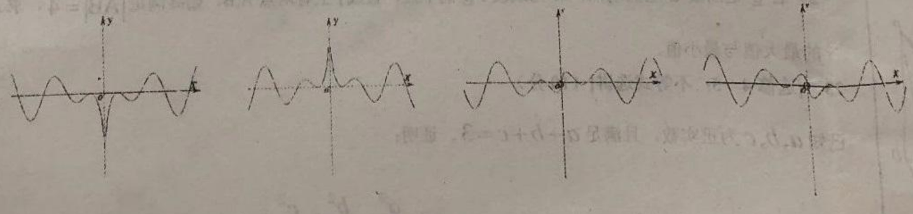
（第 4 题图）

5．已知 $x+y>0$，则“$2^{|x|}+x^2>2^{|y|}+y^2$”是“$x>0$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．函数 $y=\ln|x|\cdot\cos(\frac{\pi}{2}-2x)$ 的图像可能是



A　　B　　C　　D

7．已知两个不相等的非零向量$\vec{a},\vec{b}$，满足$|\vec{a}|=1$，且$\vec{a}$与$\vec{b}-\vec{a}$的夹角为60°，则$|\vec{b}|$的取值范围是

A．$\left(0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　B．$\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$　　C．$\left[\frac{\sqrt{3}}{2},+\infty\right)$　　D．$(1,+\infty)$

8．已知随机变量ξ的分布列为：

ξ	x	y
P	y	x

则下列说法正确的是

A．存在x，$y\in(0,1)$，$E(\xi)>\frac{1}{2}$　　B．对任意x，$y\in(0,1)$，$E(\xi)\le\frac{1}{4}$

C．对任意x，$y\in(0,1)$，$D(\xi)\le E(\xi)$　　D．存在x，$y\in(0,1)$，$D(\xi)>\frac{1}{4}$

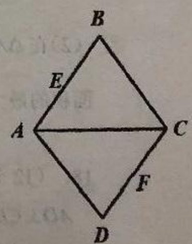
9．设函数$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbf{R}$且$a\ne0)$，若$0<2f(2)=3f(3)=4f(4)<1$，则$f(1)+f(5)$的取值范围是

A．$(0,1)$　　B．$(1,2)$　　C．$(2,3)$　　D．$(3,4)$

10．已知F_1,F_2分别为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点，若在双曲线右支上存在点P，使得点$F_2$到直线$PF_1$的距离为$a$，则该双曲线的离心率的取值范围是

A．$\left(1,\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$　　B．$\left(\frac{\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$　　C．$(1,\sqrt{5})$　　D．$(\sqrt{5},+\infty)$

11．如图，在菱形ABCD中，$\angle ABC=60^\circ$，E，F分别是边AB，CD的中点，现将ΔABC沿着对角线AC翻折，则直线EF与平面ACD所成角的正切值最大值为



A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{21}}{3}$

C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

（第11题图）

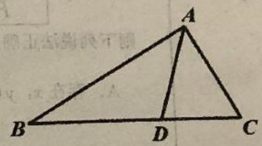
12. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\ln a_n+\frac{1}{a_n}+1$，记$S_n=[a_1]+[a_2]+\cdots+[a_n]$，$[t]$表示不超过$t$的最大整数，则$S_{2019}$的值为

A. 2019　　B. 2018　　C. 4038　　D. 4037

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 在$[-2,2]$上随机地取一个实数k，则事件"直线$y=kx$与圆$(x-5)^2+y^2=9$相交"发生的概率为__________.

14. 如图，在ΔABC中，$AB>AC$，$BC=2\sqrt{3}$，$A=60^\circ$，ΔABC的面积等于$2\sqrt{3}$，则角平分线AD的长等于__________.



（第14题图）

15. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+1}=15-2n$，其前n项和为S_n，若$S_n\le S_8$恒成立，则a_1的取值范围为__________.

16. 已知P为椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$上一个动点，$F_1$、$F_2$是椭圆$C$的左、右焦点，$O$为坐标原点，$O$到椭圆$C$在$P$点处的切线距离为$d$，若$|PF_1|\cdot|PF_2|=\frac{24}{7}$，则$d=$__________.

三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：60分.

17. （12分）已知函数$f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$

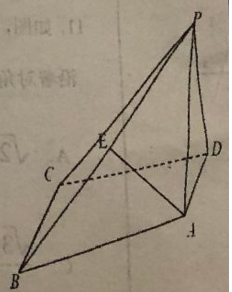
（1）求函数$f(x)$的单调递增区间；

（2）在ΔABC中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c，若$f(B)=\sqrt{3}$，$b=3$，求ΔABC面积的最大值.

18. （12分）如图，已知四棱锥P—$ABCD$中，底面$ABCD$是直角梯形，$AD//BC$，$BC=2AD$，$AD\perp CD$，$PD\perp$平面$ABCD$，E为PB的中点.

（1）求证：$AE//$平面PDC；

（2）若$BC=CD=PD$，求直线AC与平面PBC所成角的余弦值.



（第18题图）

19. (12 分) 已知甲盒内有大小相同的 2 个红球和 3 个黑球，乙盒内有大小相同的 3 个红球和 3 个黑球，现从甲，乙两个盒内各任取 2 个球.

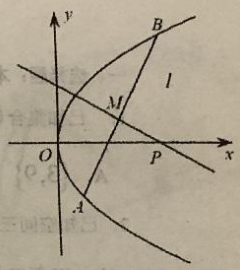
(1) 求取出的 4 个球中恰有 1 个红球的概率;

(2) 设 ξ 为取出的 4 个球中红球的个数，求 ξ 的分布列和数学期望.

20. (12 分)如图，斜率为 k 的直线 l 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A、B 两点，直线 PM 垂直平分弦 AB，且分别交 AB、x 轴于 M、P，已知 $P(4,0)$.

(1) 求 M 点的横坐标;

(2) 求 $\triangle PAB$ 面积的最大值.



（第 20 题图）

21. （12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x-ax}{x}$，$a\in R$.

(1) 若函数 $f(x)$ 有且只有两个零点，求实数 a 的取值范围;

(2) 设函数 $f(x)$ 的两个零点为 x_1,x_2，且 $x_1\neq x_2$，求证 $x_1+x_2>2e$.

(二) 选考题：共 10 分．请考生在第 22,23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时请写清题号．

22. [选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=4\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），在以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，点 P 的极坐标为 $\left(4,\dfrac{\pi}{3}\right)$，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)=9$.

(1) 求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;

(2) 若 Q 是曲线 C 上的动点，M 为线段 PQ 的中点，直线 l 上有两点 A,B，始终满足 $|AB|=4$，求 $\triangle MAB$ 面积的最大值与最小值.

23. [选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 a,b,c 为正实数，且满足 $a+b+c=3$．证明：

(1) $ab+bc+ac\le 3$;　　　　(2) $\dfrac{a^2}{b}+\dfrac{b^2}{c}+\dfrac{c^2}{a}\ge 3$.