宜宾市2020级高三第三次诊断性试题

数 学 (文史类) 参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	C	B	B	C	A	B	D	A	A	D	D	C

二、填空题

13. -4；　14. $\frac{1}{3}$；　15.0；　16.18；

三、解答题

17.(1) $\frac{\sin A}{1-\cos A}=\frac{\sin 2B}{1+\cos 2B}$，$\frac{\sin A}{1-\cos A}=\frac{\sin B\cos B}{\cos^2 B}$，

$\sin A\cos B=\sin B-\cos A\sin B$，$\sin(A+B)=\sin B$

$\because A+B+C=\pi$，$\therefore \sin C=\sin B$，$\therefore c=b$，$\therefore B=C$. 6

(2) $\because b=c$

$$\therefore \frac{2a+b}{c}+\frac{1}{\cos B}=\frac{2a+b}{c}+\frac{2ac}{a^2+c^2-b^2}$$

$$=2\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+1\geqslant 2\times 2+1=5$$

当 $\frac{a}{c}=\frac{c}{a}$ 即 $a=c$ 时，等号成立.　$\therefore \frac{2a+b}{c}+\frac{1}{\cos B}$ 的最小值为 5 12

18.(1) $\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=\sum_{i=1}^{10}x_iy_i-10\bar{x}\bar{y}=8264-10\times 10\times 60=2264$， ....(1)

$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2=\sum_{i=1}^{10}x_i^2-10\bar{x}^2=1400-10\times 10\times 10=400$， ....(2)

$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{10}y_i^2-10\bar{y}^2=49200-10\times 60^2=13200$， ....(3)

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}=\frac{2264}{\sqrt{400\times 13200}}=\frac{2264}{400\times\sqrt{33}}\approx\frac{2264}{2298}\approx 0.99,$$ ....(6)

故两个变量线性相关程度较高. ....(8)

(2) 设该地芯片企业的总营业收入的估计值为 m，$\frac{100}{600}=\frac{268}{m}$，$m=1608$ ....(10)

19.(1) 取 DE 中点 O，连接 AO，

$\because AD=DC=\frac{1}{2}BC=2$，$\therefore DE \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}BC$，$AO\perp DE$. ....(2)

$\because$ 二面角 $A-DE-B$ 为直二面角，$\therefore AO\perp$ 平面 $BCED$ . ...(4)

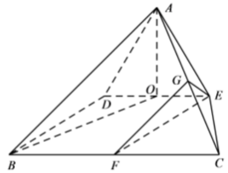
$\therefore$ 四棱锥 $A-BCED$ 的体积 $=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}(2+4)\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$ ....(6)

(2) $\because$ 平面 $EFG\parallel$ 平面 ABD，平面 $EFG\cap$ 平面 $ABC=FG$，平面 $ABD\cap$ 平面 $ABC=AB$

$\therefore AB\parallel FG$ ....(7)

同理 $BD\parallel EF$，$\because DE \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}BC$，$\therefore F$ 为 BC 中点，$\therefore G$ 为 AC 的中点，

$\therefore$ $GE \perp AC$, $OF \perp BC$,



......(8)

$\because AO\perp$ 平面 $BCED$，$\therefore AO\perp BC$

$\because AO\cap FO=O$,$\therefore BC\perp$ 平面 AOF，$\therefore BC\perp AF$，$\therefore GF=GA=\dfrac{1}{2}AC$,

$EA=EF=2$,GE是公共边，，$\therefore \Delta GEA\cong\Delta GEF$，$\therefore \angle FGE=\angle AGE=90^0$ ......(10)

，又 $AC\cap GF=G$，$\therefore EG\perp$ 面 ABC ......(12)

20. 解：(1) 设点 $A(x,y)$，$x>0$,

$\because AB$ AC的斜率之积是 3 $\therefore \dfrac{y}{x+1}\cdot\dfrac{y}{x-1}=3(x\neq1)$. ......(2)

$\therefore$ 点 A 的轨迹 D 的方程为 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1(x>1)$ ......(4)

(2) 由 $\begin{cases}x^2=2py\\ x^2-\dfrac{y^2}{3}=1(x>1)\end{cases}$，得 $y^2-6py+3=0,\Delta=36p^2-12>0,p>\dfrac{\sqrt{3}}{3}$， ......(6)

设 $E(x_1,y_1)$，$F(x_2,y_2)$, 则 $y_1+y_2=6p,y_1y_2=3$， ......(7)

$\because x_1^2=2py_1,x_2^2=2py_2$，$\therefore x_1x_2=\sqrt{2py_1}\cdot\sqrt{2py_2}=2\sqrt{3}p$, ...(8)

$\because k_{AB}=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{x_1^2-x_2^2}{2p(x_1-x_2)}=\dfrac{x_1+x_2}{2p}$, ...(9)

$\therefore$ 直线 AB 的方程为 $y-y_1=\dfrac{x_1+x_2}{2p}(x-x_1)$， ......(10)

即 $y=\dfrac{x_1+x_2}{2p}x-\dfrac{x_1+x_2}{2p}x_1+y_1=\dfrac{x_1+x_2}{2p}x-\dfrac{x_1x_2}{2p}=\dfrac{x_1+x_2}{2p}x-\sqrt{3}$， ......(11)

$\therefore$ 直线 AB 过定点 $(0,-\sqrt{3})$ ......(12)

21. 解：(1)$f'(x)=x^2+(a+1)+a=(x+a)(x+1)$， ......(1)

当 $a=1$ 时，$f'(x)\geqslant0$，$f(x)$ 的增区间为 $(-\infty,+\infty)$, 无减区间； ......(2)

当 $a<1$ 时，$-a>-1$，由 $f'(x)>0$ 得 $f(x)$ 的增区间 $(-\infty,-1)$，$(-a,+\infty)$

由 $f'(x)<0$ 得 $f(x)$ 的减区间 $(-1,-a)$ ......(3)

当 $a>1$ 时，$-a<-1$，由 $f'(x)>0$ 得 $f(x)$ 的增区间 $(-\infty,-a)$，$(-1,+\infty)$

由 $f'(x)<0$ 得 $f(x)$ 的减区间 $(-a,-1)$ ......(4)

(2)$0\leqslant x\leqslant3$ 时， $g(a)=|f(x)_{\max}-f(x)_{\min}|$

①若 $a\geqslant0$,$f'(x)\geqslant0$ 在 $[0,3]$ 恒成立，所以 $f(x)$ 在 $[0,3]$ 为增函数.

$g(a)=f(3)-f(0)=\dfrac{15}{2}a+\dfrac{27}{2}<\dfrac{27}{2}$. 即 $a<0$， $\therefore a$ 无解 ......(5)

②若 $a\leqslant-3$.$f'(x)\leqslant0$ 在 $[0,3]$ 恒成立.

$\therefore g(a)=f(0)-f(3)=-\dfrac{15}{2}a-\dfrac{27}{2}<\dfrac{27}{2}$，解得 $a>-\dfrac{18}{5}$,$\therefore -\dfrac{18}{5}<a\leqslant-3$ ......(6)

③当 $-3<a<0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,-a)$ 为减函数，在 $(-a,3)$ 为增函数.

$f(x)_{\min}=f(-a)=\frac{1}{6}a^3-\frac{1}{2}a^2+1$ ....(7)

i. 当 $f(3)\geqslant f(0)$，即 $-\frac{9}{5}\leqslant a<0$ 时，$g(a)=f(3)-f(-a)=-\frac{1}{6}a^3+\frac{1}{2}a^2+\frac{15}{2}a+\frac{27}{2}$

$\therefore g(a)'=-\frac{1}{2}a^2+a+\frac{15}{2}=-\frac{1}{2}(a-5)(a+3)>0, g(a)$ $\left[-\frac{9}{5},0\right)$ 上单调递增.

$g(a)<g(0)=\frac{27}{2}$，合题意； ....(9)

ii. 当 $f(0)>f(3)$，即 $-3<a<-\frac{9}{5}$ 时，$g(a)=f(0)-f(-a)=-\frac{1}{6}a^3+\frac{1}{2}a^2$

$\therefore g(a)'=-\frac{1}{2}a^2+a=-\frac{1}{2}a(a-2)<0, g(a)$ $\left(-3,-\frac{9}{5}\right)$ 上单调递减.

$g(a)<g(-3)=9<\frac{27}{2}$，合题意； ....(11)

综上，a 的范围是 $\left(-\frac{18}{5}\ \ 0\right)$. ....(12)

22.(1) 由 $\begin{cases}x=\sqrt{2}+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ 得 $(x-\sqrt{2})^2+y^2=1$，$\therefore x^2+y^2-2\sqrt{2}x+1=0$ ....(2)

$\therefore$ 圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2-2\sqrt{2}\cos\theta\rho+1=0$ ....(5)

.(2) $\theta=\beta$ 代入 $\rho^2-2\sqrt{2}\rho\cos\beta+1=0$，$\therefore \rho_1+\rho_2=2\sqrt{2}\cos\beta$

$\therefore |OA|+|OB|=2\sqrt{2}\cos\beta$ ....(7)

同理，$|OC|+|OD|=2\sqrt{2}\cos\left(\beta+\frac{\pi}{4}\right)$ ....(8)

$\therefore \frac{|OC|+|OD|}{|OA|+|OB|}=\frac{2\sqrt{2}\cos\left(\beta+\frac{\pi}{4}\right)}{2\sqrt{2}\cos\beta}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\tan\beta$ ....(9)

$\because -\frac{\pi}{4}<\beta<0$，$\therefore \tan\beta\in(-1,0)$

$\therefore \frac{|OC|+|OD|}{|OA|+|OB|}$ 的取值范围是 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2}\right)$ ....(10)

23. (1) $f(x)=2|x+a|-2|x-b|\leqslant 2|(x+a)-(x-b)|=2|a+b|$， ....(2)

当 $x=b$ 时取等号，$\because a>0, b>0$，$\therefore |a+b|=a+b$，$\therefore$ 由题可知 $2(a+b)=2$，$\therefore a+b=1$

....(5)

(2) $\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)=5+\frac{b}{a}+\frac{4a}{b}\geqslant 5+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{4a}{b}}=9\,(a>0,b>0)$ ....(7)

$\frac{4}{(3a+1)b}=\frac{12}{(3a+1)3b}\geqslant 12\left(\frac{2}{3a+3b+1}\right)^2=3$， ....(9)

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{4}{b}+\frac{4}{(3a+1)b}\geqslant 12$， ....(10)