

2020 学年第二学期天河区期末考试

高一数学

(本卷满分 150 分, 考试时长 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前, 考生必须用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号填写在答题卡相应的位置上。
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案; 不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不准使用铅笔或涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁, 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

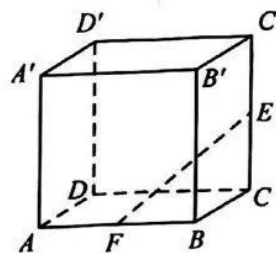
1. 已知复数 $z = a^2 + (a+1)i$, 若 z 是纯虚数, 则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$
A. i B. $-i$ C. 1 D. -1
2. 把颜色分别为红、黄、白、紫的四个小球随机地分发给甲、乙、丙、丁四个人, 每人分得一个。事件“甲分得红色球”与事件“乙分得红色球”是
A. 对立事件 B. 相互独立事件 C. 互斥但非对立事件 D. 以上都不对
3. 某校高一甲、乙两个班分别有男生 24 名、15 名, 现用比例分配的分层随机抽样方法从两班男生中抽取样本量为 13 的样本, 对两个班男生的平均身高进行评估。已知甲班、乙班男生身高的样本平均数分别为 175cm 、 177.6cm , 以所抽取样本的平均身高作为两个班男生的平均身高, 则两个班男生的平均身高为
A. 176cm B. 176.3cm C. 176.6cm D. 176.9cm
4. 复平面内的平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 和 C (O 是坐标原点) 对应的复数分别为 $4+2i$ 和 $-2+6i$, 则点 B 对应的复数为
A. $2+6i$ B. $2+8i$ C. $6+2i$ D. $8+2i$

高一数学期末考试 第 1 页 (共 6 页)

5. 如图, 在棱长为2的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, E 、 F 分别为棱 CC' 、 AB 的中点,

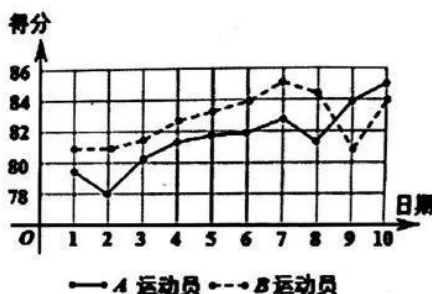
则 EF 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值是

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$



6. 某运动队为了对 A 、 B 两名运动员的身体机能差异进行研究, 将 A 、 B 两名运动员连续10天完成训练指标任务的综合得分绘成折线图, 并提出下列四个结论, 其中错误的结论是

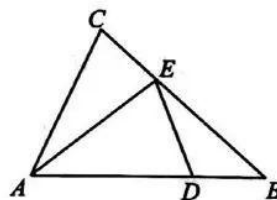
- A. 第3天至第10天两名运动员综合得分均超过80分
B. 第2天至第7天 B 运动员的得分逐日提高
C. 第2天至第3天 A 运动员的得分增量大于 B 运动员的得分增量



- D. A 运动员第1天至第3天的得分方差大于第2天至第4天的得分的方差
7. 关于空间两条不同直线 a , b 和两个不同平面 α , β , 下列命题正确的是
- A. 若 $a \parallel b$, $b \subset \alpha$, 则 $a \parallel \alpha$ B. 若 $a \perp \beta$, $a \perp b$, $b \subset \alpha$, 则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $a \parallel \alpha$, $\alpha \perp \beta$, 则 $a \perp \beta$ D. 若 $a \perp \alpha$, $b \perp \beta$, $\alpha \perp \beta$, 则 $a \perp b$
8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = \frac{\pi}{3}$, $AB = 3$, $AC = 2$, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$,

则 $|\overrightarrow{DE}| =$

- A. $\frac{\sqrt{13}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{14}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$



二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 某圆锥的底面半径为 4，母线长为 5，则下列关于此圆锥的说法正确的是
- A. 圆锥的体积为 16π B. 圆锥的侧面展开图的圆心角为 $\frac{4\pi}{5}$
- C. 圆锥的侧面积为 10π D. 过圆锥两条母线的截面面积最大值为 $\frac{25}{2}$
10. 给定一组数 5, 4, 3, 5, 3, 2, 2, 3, 1, 2, 则
- A. 中位数为 3 B. 标准差为 $\frac{8}{5}$
- C. 众数为 2 和 3 D. 第 85 百分位数为 4.5
11. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，则下列命题正确的是
- A. 若 $a = 3\sqrt{3}, b = 3, B = 30^\circ$ ，则 $A = 60^\circ$
- B. 若 $A > B$ ，则 $\sin A > \sin B$
- C. 若 $\frac{c}{b} < \cos A$ ，则 $\triangle ABC$ 为钝角三角形
- D. 若 $a = \sqrt{2}, b = 3, c^2 + \sqrt{2}ab = a^2 + b^2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 3
12. 下列命题中正确的是
- A. 设向量 $\vec{a} = (-1, 1)$ ， $\vec{m} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ，则 $\vec{m}$ 是与 $\vec{a}$ 垂直的单位向量
- B. 若 $\lambda \in \mathbb{R}$ ，且 $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 共线
- C. 若四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ ， $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ ，则该四边形是菱形
- D. 若 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面上一定点，动点 P 满足 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \lambda(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|})$ ，
 $\lambda \in (0, +\infty)$ ，则直线 AP 一定经过 $\triangle ABC$ 的内心

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知复数 z 满足 $(\sqrt{3} + 2i) \cdot z = 7i$ ，则 $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 已知向量 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 2$ ，若 $\vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 12$ ，则向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的夹角为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 为了普及安全教育, 某校组织了一次学生安全知识竞赛, 规定每队3人, 每人回答一个问题, 答对得1分, 答错得0分. 在竞赛中, 甲、乙两班代表队狭路相逢, 假设甲队每人回答问题正确的概率均为 $\frac{2}{3}$, 乙队每人回答问题正确的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$, 且两队各人回答问题正确与否互不影响. 则乙队总得分为3分的概率是_____, 甲队总得分为2分且乙队总得分为3分的概率是_____.

16. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, 且 $AB \perp$ 平面 BCD , $AB = \sqrt{10}$, $AC = AD = 4$, $CD = 2\sqrt{3}$, 则球 O 的表面积为_____.

四、解答题: 本题共6小题, 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

某数学学习小组有男生4名(记为 b_1, b_2, b_3, b_4), 女生2名(记为 g_1, g_2), 现从中随机选出2名学生去参加学校的数学竞赛(每人被选到的可能性相同).

(1) 求参赛学生中恰有1名男生的概率;

(2) 求参赛学生中至少有1名女生的概率.

18. (12分)

已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a \sin B - \sqrt{3} b \cos A = 0$.

(1) 求角 A 的大小;

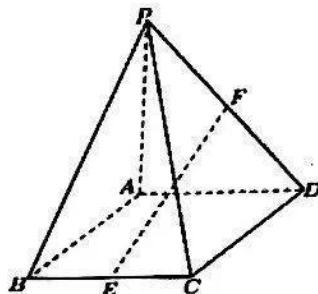
(2) 若 $bc = 3$, $b + c = 4$, 求 a 的值.

19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle ABC = 60^\circ$. 点 E, F 分别是棱 BC, PD 的中点.

(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 PAB ;

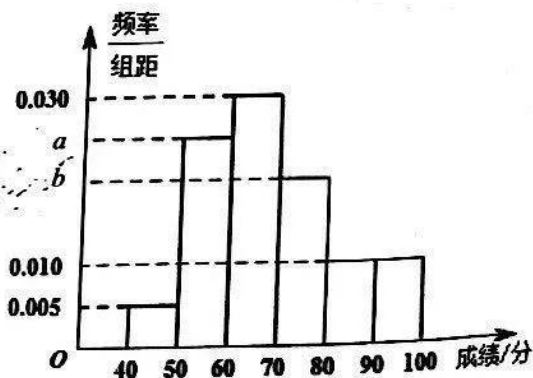
(2) 若 $AB = 2\sqrt{2}$, 求点 E 到平面 PAB 的距离.



20. (12分)

某校为了对学生的阅读素养进行监测, 随机抽取了 M 名学生进行阅读素养评分. 评分规则规定实行百分制计分, 现将所得的成绩按照 $[40, 50), [50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90), [90, 100]$ 分成 6 组, 并根据所得数据作出了如下所示的频数与频率的统计表和频率分布直方图. 由于一些特殊原因, 统计表和直方图都已残缺, 请对照图中现有信息按要求还原数据.

分组	频数	频率
$[40, 50)$	5	
$[50, 60)$	25	p
$[60, 70)$		0.30
$[70, 80)$		
$[80, 90)$		
$[90, 100]$		
合计	M	1



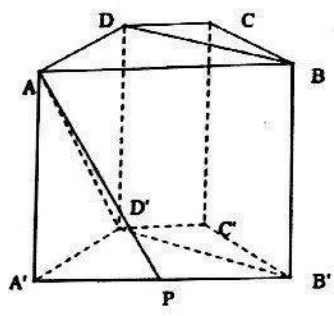
(1) 求出表中 M, p 及图中 a, b 的值;

(2) 估计该校学生阅读素养的成绩中位数以及平均数 (同一组中的数据用该组区间的中点值代表该组数据平均值).

21. (12分)

直四棱柱 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $ABCD$ 是等腰梯形, $AD \perp BD$, $AD=1$, $AB=AA'=2$, P 为 $A'B'$ 的中点

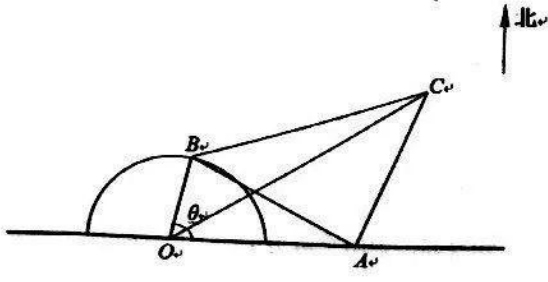
- (1) 求证 $B'D' \perp$ 面 $AA'D'$;
- (2) 求直线 AP 与直线 BC 所成角的余弦值.



22. (12分)

如图, 某湖有一半径为1百米的半圆形岸边, 现决定在圆心 O 处设立一个水文监测中心 (大小忽略不计), 在其正东方向相距2百米的点 A 处安装一套监测设备. 为了监测数据更加准确, 在半圆弧上的点 B 以及湖中的点 C 处, 再分别安装一套监测设备, 且满足 $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$. 定义: 四边形 $OACB$ 及其内部区域为“直接监测覆盖区域”; OC 的长为“最远直接监测距离”. 设 $\angle AOB = \theta$.

- (1) 若 $\theta=60^\circ$, 求“直接监测覆盖区域”的面积;
- (2) 试确定 θ 的值, 使得“最远直接监测距离”最大.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线