2022届高三一轮复习联考(三) 全国卷Ⅰ
理科数学试卷

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为120分钟，满分150分

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{x|x^2+mx-2=0\}$，若 $A\cap B=\{1\}$，则 $B=$

A.$\{1,3\}$　　B.$\{1\}$　　C.$\{1,-2\}$　　D.$\{-1,1,2\}$

2.若 $z=-1+i$，设 $\omega=\frac{\bar{z}}{z}$，则 $|\omega|=$

A.$\frac{1}{2}$　　B.1　　C.$\frac{3}{2}$　　D.2

3.牛顿曾经提出了常温环境下的温度冷却模型：$\theta=(\theta_1-\theta_0)e^{-kt}+\theta_0$，其中 t 为时间(单位：min)，θ_0 为环境温度，θ_1 为物体初始温度，θ 为冷却后温度)，假设在室内温度为20 ℃的情况下，一桶咖啡由100 ℃降低到60 ℃需要20 min，则 k 的值为

A.$\frac{\ln 2}{20}$　　B.$\frac{\ln 3}{20}$　　C.$-\frac{\ln 2}{10}$　　D.$-\frac{\ln 3}{10}$

4.若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+3y\geq 4,\\ x\leq 1,\\ y\leq x,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最小值为

A.3　　B.$\frac{8}{3}$　　C.$\frac{12}{5}$　　D.2

5.已知平面 α 和平面 β 不重合，直线 m 和 n 不重合，则 $\alpha /\!/ \beta$ 的一个充分条件是

A.$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$ 且 $m/\!/n$

B.$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$ 且 $m/\!/\beta$，$n/\!/\alpha$

C.$m/\!/\alpha$，$n/\!/\beta$ 且 $m/\!/n$

D.$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$ 且 $m/\!/n$

6.正实数 x,y 满足 $2x+2y+4xy-3=0$，则使得 $x^2+y^2+4\geq mx+my-2xy$ 恒成立的实数 m 的最大值为

A.5　　B.4　　C.3　　D.2

7.设 $f(x)$ 是定义在实数集 R 上的函数，且满足 $f(1+x)=f(1-x)$，$f(2+x)=-f(2-x)$，则 $f(x)$ 是

−C

A.偶函数，又是周期函数

B.偶函数，但不是周期函数

C.奇函数，又是周期函数

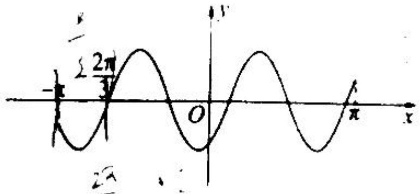
D.奇函数，但不是周期函数

8.若 $\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(0<\theta<\pi)$，则 $\sin 2\theta$ 的值为

A. $\frac{24}{25}$　　B. $\frac{15}{16}$　　C. $-\frac{15}{16}$　　D. $-\frac{24}{25}$

9.设函数 $f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的图象大致如下图，则 $\omega=$

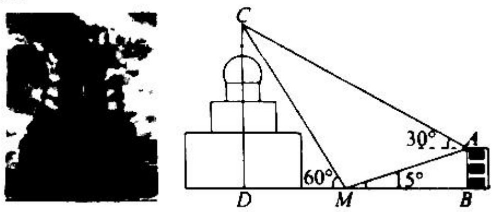
D



A.2　　B. $\frac{5}{2}$　　C.3　　D.4

10.圣·索菲亚教堂(Saint Sophia Cathedral)坐落于中国黑龙江省，是一座始建于1907年拜占庭风格的东正教教堂，被列为第四批全国重点文物保护单位，其中央主体建筑集球，圆柱，棱柱于一体，极具对称之美，可以让游客从任何角度都能领略它的美.如图，小宇为了估算索菲亚教堂的高度，在索菲亚教堂的正东方向找到一座建筑物 AB，高为 12 m，在它们之间的地面上的点 M(B,M,D 三点共线)处测得楼顶 A，教堂顶 C 的仰角分别是 15°和 60°，在楼顶 A 处测得塔顶 C 的仰角为 30°，则小宇估算索菲亚教堂的高度为(取 $\sqrt{3}=1.7$)

C



A.42.5 m　　B.45 m　　C.51 m　　D.56.4 m

11.已知 $a=2.2^{2.1}$，$b=2.1^{2.2}$，$c=2.1^{2.1}$，则　　a>c

A. $a<c<b$　　B. $c<b<a$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

12.已知函数 $f(x)=x^2+\frac{1}{2x}$，若 $f(x_1)=f(x_2)$ 且 $x_1<0<x_2$，则 x_2-x_1 的最小值为

A. $\sqrt{3}$　　B.3　　C. $\sqrt{2}$　　D.1

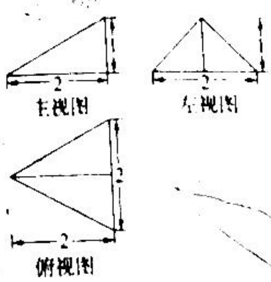
A

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3+a_5=3$，则其前 5 项和 $S_5=$ 5

14.已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-4,3)$，若 $\boldsymbol{a}\perp(k\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则 $k=$ ______

15.某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的外接球表面积为 ______.



16.设函数 $f(x)=e^{|x|}\cos x$，则下列命题中是真命题的是 ______.(写出所有真命题的序号)

①$f(x)$是偶函数；②$f(x)$在 $\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$ 单调递减；③$f(x)$相邻两个零点之间的距离为 π；④$f(x)$在 $[-\pi,\pi]$ 上有 2 个极大值点

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：60 分。

17.（12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_n=2(a_n-1)$，$n\in N^*$。

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\left\{\dfrac{n}{a_n}\right\}$的前 n 项和 T_n。

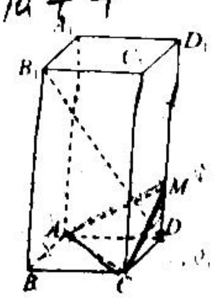
18.（12 分）

如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$AA_1\perp$平面 $ABCD$，$AA_1=2AB=2$，点 M 在 DD_1 上，且 $B_1D\perp$平面 ACM。

a^2-9a+4

（1）求$\dfrac{DM}{DD_1}$的值；

（2）求二面角 $D-AC-M$ 的正弦值。



19.（12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{4-3x}{x^2-a}$，$a\in R$。

（1）若 $y=f(x)$在$(1,f(1))$处的切线斜率为-5，求 a 的值；

（2）若 $f(x)$在 $x=-1$ 处取得极值，求 $f(x)$在$[-2,2]$上的最大值。

（12分）

已知在△ABC中，a,b,c分别为内角A,B,C的对边，D为AB边上中点，$2c-\sqrt{3}b=2a\cos B$，$\tan B=-\sqrt{3}$.

(1)求角A；

(2)在下列三个条件中选择一个作为已知，求CD.

①面积为$S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$；②AC边上的高为1；③周长为$4+2\sqrt{3}$.

21.（12分）

已知函数$f(x)=e^{1-x}+\ln x+ax^2-a$，且$x>1$，$a\in\mathbf{R}$.

(1)若$a=0$，证明：$f(x)$单调递增；

(2)若$f(x)<\frac{1}{x}$，求a的取值范围.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.[选修4－4：坐标系与参数方程]（10分）

以原点O为极点，x轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线C的极坐标方程为$\rho^2-2\rho\sin\theta-2=0$，直线$l$的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{4}$，$\rho\in\mathbf{R}$.

(1)写出曲线C的一个参数方程；

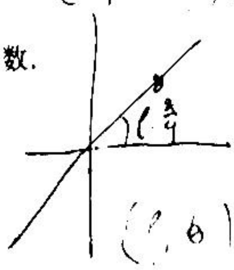
(2)若直线l与曲线C交于点A，B，求$|AB|$.

23.[选修4－5：不等式选讲]（10分）

已知函数$f(x)=|x+a|+|x-b|+c$，a,b,c均为正实数.

(1)当$a=b=c=1$时，求不等式$f(x)>4$的解集；

(2)若$a^2+b^2+c^2$的最小值为3，求$f(x)$的最小值.



$\theta=\frac{\pi}{4}$

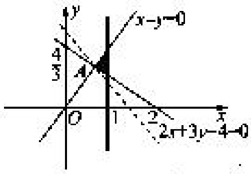
2022届高三一轮复习联考(三)　全国卷

理科数学参考答案及评分意见

1.A 【解析】因为 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x|x\leq 1\}$，所以 $A\cap B=\{-2,-1,0,1\}$，故选 A.

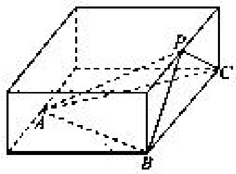
2.C 【解析】$z=-2-\sqrt{5}i$，$|z|=\sqrt{(-2)^2+(\sqrt{5})^2}=3$，故选 C.

3.B 【解析】由题意作出可行域如图，易知当 $y=-2x+z$ 经过点 $A\left(\frac{4}{5},\frac{4}{5}\right)$ 时，z 取得最小值为 $2\times\frac{4}{5}+\frac{4}{5}=\frac{12}{5}$，故选 B.



4.C 【解析】充分性：因为 $\{a_n\}$ 为递减数列，所以 $a_{n+1}<a_n$，因为 $b_n=2^{a_n}>0$，所以 $\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{2^{a_{n+1}}}{2^{a_n}}=2^{a_{n+1}-a_n}=2^d<1\Rightarrow d<0$；必要性：当 $d<0$ 时，$\frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{2^{a_{n+1}}}{2^{a_n}}=2^{a_{n+1}-a_n}=2^d<1\Rightarrow b_{n+1}<b_n$，所以 $\{b_n\}$ 为递减数列，故选 C.

5.D 【解析】根据三视图，该几何体为三棱锥 $P-ABC$，如图可由长、宽、高分别为 2，2，1 的长方体中截得，其体积 $V=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\times 1=\frac{2}{3}$，故选 D.



6.C 【解析】设 $CD=x$，测得 $\angle DAC\approx 37^\circ$，$\angle DBC=45^\circ$，$AB=19$ m，则 $CD=BC=x$，在 $\triangle ACD$ 中，$\tan\angle DAC=\frac{x}{x+19}$，即 $\frac{x}{x+19}\approx\frac{3}{4}$，解得 $x\approx 57$ m，故选 C.

7.B 【解析】由 $3-2(x+y)=$ [illegible]，解得 $x+y\geq 1$ 或 $x+y\leq -3$（舍），因为 $x^2+y^2+1\geq mx+my-2xy$ 恒成立，即 $m\leq(x+y)+\frac{1}{(x+y)}$，令 $t=x+y(t\geq 1)$，所以 $f(t)=t+\frac{1}{t}$ 在 $(1,2)$ 单调递减，$(2,+\infty)$ 单调递增，$f(t)\geq f(2)=$ [illegible]，所以 $m\leq$ [illegible]，m 的最大值为 [illegible]，故选 B.

8.B 【解析】当 $t=0$ 时，$y=k+e^{2.2}$，当 $t=m$ 时，$y=k+e^{[illegible]}$，由题意知 $k+e^{[illegible]}\leq\frac{1}{3}k+e^{[illegible]}$，消去 k 并取对数得 $\ln 3+2.2$ [illegible] 2.2，因为 $\ln 3=1.1$，即 [illegible] $\leq\frac{1}{2}\Rightarrow -0.25m\leq-\ln 2=-0.7$，所以 $m\geq 2.8$，m 的最小值为 3，故选 B.

9.A 【解析】$\tan\theta=\dfrac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1-\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{4}{3}$，$\sin 2\theta=\frac{2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=\frac{2\tan\theta}{\tan^2\theta+1}=\frac{24}{25}$，故选 A.

10.B 【解析】设 $f(x)$ 的最小正周期为 T，由图知，$\frac{T}{2}=\frac{11\pi}{12}-\frac{7\pi}{12}=\frac{\pi}{3}$，即 $\frac{\pi}{\omega}=\frac{\pi}{3}$，解得 $\omega=3$，把 $\left(\frac{7\pi}{12},0\right)$ 代入 $f(x)$，即 $3\times\frac{7\pi}{12}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，解得 $\varphi=2k\pi-\frac{9\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $k=1$ 时，$\varphi=-\frac{\pi}{4}$，$f(x)=\cos\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)$，因为将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度，得到函数 $g(x)$ 的图象，所以 $g(x)=-\sin 3x$，当 $x\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$ 时，$3x\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$，$-\sin 3x\in\left[-1,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$，则 $g(x)$

在 $\left[\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$ 上的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，故选 B.

11.D 【解析】令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，易知 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 单调递增，在 $(e,+\infty)$ 单调递减，所以 $f(2.1)<f(2.2)$，即 $\frac{\ln 2.1}{2.1}<\frac{\ln 2.2}{2.2}$，$2.2\ln 2.1<2.1\ln 2.2$，即 $\ln 2.1^{2.2}<\ln 2.2^{2.1}$，所以 $2.1^{2.2}<2.2^{2.1}$，$b<a$。因为 $y=2.1^x$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，所以 $2.1^{[illegible]}<2.1^{2.2}$，即 $c<b$，综上 $c<b<a$，故选 D.

12.A 【解析】因为 $f(1+x)=f(1-x)$，$f(2+x)=-f(2-x)$，所以 $f(2-x)=f(1+(1-x))=f(1-(1-x))=f(x)=-f(2+x)$，所以 $f(2+x)=-f(4+x)=-f(x)$，故 $f(x)=f(x+4)$，所以 $f(x)$ 周期为 4。因为 $f(-x)=f(4-x)=f(2+(2-x))=-f(2-(2-x))=-f(x)$，所以 $f(x)$ 是奇函数，所以 $f(2023)=f(-1+2024)=f(-1)=-f(1)=-2$，故选 A.

13.$\sqrt{6}$ 【解析】$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2^2+|\boldsymbol{b}|^2+6=16$，解得 $|\boldsymbol{b}|=\sqrt{6}$，故答案为：$\sqrt{6}$.

14.1 【解析】$f(x)=\log_2\frac{3+x}{3-x}+2\cos\alpha$，$f(-x)=\log_2\frac{3-x}{3+x}+2\cos\alpha=-\log_2\frac{3+x}{3-x}+2\cos\alpha$，所以 $f(x)+f(-x)=4\cos\alpha=4$，解得 $\cos\alpha=1$，$f(x)=\log_2\frac{3+x}{3-x}+2$，所以 $f(x_0)=\log_2\frac{3+x_0}{3-x_0}+2=3$，解得 $x_0=1$，故答案为：1.

15.48π 【解析】设圆锥母线长为 l，底面半径为 r，高为 h，由题意知 $\pi l=2\pi r$，即 $l=2r$，所以 $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{3}r$，而体积 $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi r^3=9\sqrt{3}\pi$，解得 $r=3$，$h=3\sqrt{3}$，其外接球半径 $R=\frac{h^2+r^2}{2h}=2\sqrt{3}$，所以圆锥外接球表面积 $S=4\pi R^2=48\pi$，故答案为：48π.

16.③④ 【解析】因为 $y=\sin|x|$ 不是周期函数，所以 $f(x)$ 不是周期函数，①错误；当 $x>0$ 时，$f(x)=\sin x+\cos 2x=-2\sin^2x+\sin x+1$，$f'(x)=-4\sin x\cos x+\cos x=\cos x(1-4\sin x)$，令 $f'(x)=0$ 得 $\sin x=\frac{1}{4}$，即 $f(x)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 存在极值点，不可能单调，②错误；当 $x\in(0,\pi)$ 时，令 $f(x)=0$ 解得 $x=\frac{\pi}{2}$，当 $x\in(-\pi,0)$ 时，令 $f(x)=0$ 解得 $x=-\frac{\pi}{2}$，所以 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上有 2 个零点，③正确；当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=-2\sin^2x+\sin x+1=-2\left(\sin x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}\leq\frac{9}{8}$，当 $\sin x=-1$ 时，$f(x)_{\min}=-2$，故 $f(x)$ 的值域为 $\left[-2,\frac{9}{8}\right]$，④正确，故答案为：③④.

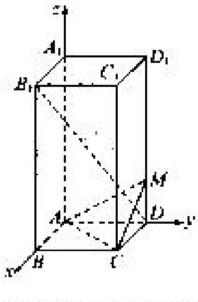
17.【解析】(1)由题意得 $a_2^2=a_1\cdot a_5$，即 $(a_1+d)^2=a_1\cdot(a_1+4d)$，$a_1=1$，解得 $d=2$ 或 $d=0$（舍），……4 分

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2n-1$. ……6 分

(2)由(1)知 $b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$，……8 分

所以 $S_n=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)=\frac{n}{2n+1}$. ……12 分

18.【解析】(1)因为在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$，故如图建立空间直角坐标系，……1 分



因为 $AA_1=2AB=2$，故可设 $M(0,1,a)$，$B_1(1,0,2)$，$D(0,1,0)$，$C(1,1,0)$，

所以 $\overrightarrow{AC}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{AM}=(0,1,a)$，$\overrightarrow{B_1D}=(-1,1,-2)$. ………………………… 3 分

设平面 ACM 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，则有 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{AM}=0,\end{cases}$ 取 $x=a$ 得 $\boldsymbol{m}=(a,-a,1)$. ………………………… 5 分

因为 $B_1D\perp$ 平面 ACM，所以 $\overrightarrow{B_1D}\parallel\boldsymbol{m}$，即 $\frac{a}{-1}=\frac{-a}{1}=\frac{1}{-2}$，解得 $a=\frac{1}{2}$，所以 $DM=\frac{1}{2}$，$\frac{DM}{DD_1}=\frac{1}{4}$. ………………………… 7 分

(2) 易知平面 ACD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(0,0,1)$. ………………………… 9 分

设二面角 $D-AC-M$ 的大小为 θ，而 $\boldsymbol{m}=\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2},1\right)$，则 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 12 分

19.【解析】(1) 若 $a=-1$，则 $f(x)=\sqrt{x}(x^2+x-1)$，$f(1)=1$，

所以点 $(1,1)$ 在 $f(x)$ 的图象上，$f'(x)=\frac{5x^2+3x-1}{2\sqrt{x}}$，所以 $f'(1)=\frac{7}{2}$，………………………… 4 分

切线方程为 $y-1=\frac{7}{2}(x-1)$，即 $7x-2y-5=0$. ………………………… 6 分

(2) 因为 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上单调递增，即 $f'(x)=\frac{5x^2+3x+a}{2\sqrt{x}}\geqslant 0$ 在 $(1,2)$ 上恒成立，令 $h(x)=5x^2+3x+a$，因为 $h(x)$ 的对称轴为

$x=-\frac{3}{10}$，所以当 $x\in(1,2)$ 时，只需 $h(1)\geqslant 0$，解得 $a\geqslant -8$，所以 a 的取值范围为 $[-8,+\infty)$. ………………………… 12 分

20.【解析】(1) 若选①：因为 $b\cos C+\sqrt{3}b\sin C=a+c$，由正弦定理得 $\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin B\sin C=\sin(B+C)+\sin C$，

所以 $\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin B\sin C=\sin B\cos C+\cos B\sin C+\sin C$，即 $\sqrt{3}\sin B\sin C=\cos B\sin C+\sin C$，

因为 $C\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\sin C\neq 0$，所以 $\sqrt{3}\sin B=\cos B+1$，即 $\sin\left(B-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$，因为 $B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$. ………… 6 分

若选②：因为 $2b\sin A=\sqrt{3}a$，由正弦定理得 $2\sin B\sin A=\sqrt{3}\sin A$，因为 $A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $\sin A\neq 0$，则 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为 $B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$. ………………………… 6 分

若选③：因为 $\sin A(a-c)=(b-c)(\sin B+\sin C)$，由正弦定理得 $a(a-c)=(b-c)(b+c)$，即 $a^2+c^2-b^2=ac$，由余弦定理得

$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，因为 $B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$. ………………………… 6 分

(2) 由(1)知 $B=\frac{\pi}{3}$，因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{3}}{4}ac=\frac{\sqrt{3}}{4}$，所以 $ac=1$. ………………………… 8 分

又 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=1$，

解得 $a^2+c^2=2$，………………………… 10 分

所以 $a=c=1$. ………………………… 12 分

21.【解析】(1) $f(x)=\frac{1}{2}x^2-a\ln x+(a-1)x$，$f'(x)=x-\frac{a}{x}+a-1=\frac{(x-1)(x+a)}{x}$，$x>0$，

令 $f'(x)=0$ 解得 $x_1=-a$，$x_2=1$，………………………… 2 分

①当 $a\geqslant 0$ 时，$x\in(0,1)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；$x\in(1,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；………………………… 3 分

②当 $a<0$ 时，(ⅰ) 若 $a=-1$，则 $f'(x)\geqslant 0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增；

(ⅱ) 若 $-1<a<0$，则易知 $f(x)$ 在 $(0,-a)$，$(1,+\infty)$ 单调递增，在 $(-a,1)$ 单调递减；

(ⅲ) 若 $a<-1$，则易知 $f(x)$ 在 $(0,1)$，$(-a,+\infty)$ 单调递增，在 $(1,-a)$ 单调递减. ………………………… 6 分

(2)当 $a>0$ 时,由(1)知 $f(x)_{\min}=f(1)=a-\frac{1}{2}$,要使 $f(x)=0$ 有两个不等的实数根,需满足 $f(x)_{\min}=f(1)<0$,即 $0<a<\frac{1}{2}$,

此时 $f(2)=a(2-\ln 2)>0$,所以 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上存在唯一零点,而 $f(a)=a\left(\frac{3}{2}a-\ln a-1\right)$,因为 $x-1\geq\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立,所以 $\frac{3}{2}a-1-\ln a>0$ 在 $(0,+\infty)$ 恒成立,所以 $f(a)>0$,$f(x)$ 在 $(a,1)$ 上存在唯一零点,所以 $0<a<\frac{1}{2}$ 时,$f(x)=0$ 有两个不等的实数根.

综上,a 的取值范围为 $\left(0,\frac{1}{2}\right)$. ………………………………………………………… 12 分

22.【解析】(1)将 $\rho^2=x^2+y^2$,$y=\rho\sin\theta$ 代入 $\rho^2-2\rho\sin\theta-2=0$ 得曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+(y-1)^2=3$. ………………… 2 分

所以曲线 C 的一个参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\cos\alpha,\\ y=1+\sqrt{3}\sin\alpha,\end{cases}$ (α 为参数). ………………………………………… 5 分

(2)把 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 代入 $\rho^2-2\rho\sin\theta-2=0$ 得 $\rho^2-\sqrt{2}\rho-2=0$,$\rho_1+\rho_2=\sqrt{2}$,$\rho_1\rho_2=-2$, ………………………………… 7 分

设 A,B 两点对应的极径分别为 ρ_1,ρ_2,则 $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{(\rho_1+\rho_2)^2-4\rho_1\rho_2}=\sqrt{10}$. ……………………………… 10 分

23.【解析】(1)当 $a=b=c=1$ 时,$f(x)=|x+1|+|x-1|+1$. …………………………………………………… 1 分

①当 $x\leq-1$ 时,$f(x)=-2x+1>4$,解得 $x<-\frac{3}{2}$,所以 $x<-\frac{3}{2}$;

②当 $-1<x<1$ 时,$f(x)=3>4$,不成立;

③当 $x\geq1$ 时,$f(x)=2x+1>4$,解得 $x>\frac{3}{2}$,所以 $x>\frac{3}{2}$;

综上,不等式 $f(x)>4$ 的解集为 $\left\{x\,|\,x<-\frac{3}{2}\text{或}x>\frac{3}{2}\right\}$. ……………………………………………… 5 分

(2)因为 a,b,c 均为正实数,所以 $f(x)=|x+a|+|x-b|+c\geq|x+a-x+b|+c=a+b+c$,当且仅当 $(x+a)(x-b)\leq0$ 时取等号,所以 $f(x)_{\min}=a+b+c$. ………………………………………………………… 7 分

由柯西不等式得 $(a^2+b^2+c^2)(1^2+1^2+1^2)\geq(a+b+c)^2$,所以 $(a^2+b^2+c^2)_{\min}=\frac{(a+b+c)^2}{3}=3$,

即 $f(x)_{\min}=a+b+c=3$. ………………………………………………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。