



数学 B 卷

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

1. 已知集合 $A = \{x | x^2 < 2x\}$, $B = \{x | y = \sqrt{1-x}\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(0,1)$
B. $(0,1]$
C. $(0,2)$
D. $(1,2)$

A. 3 B. $3i$ C. -1 D. $-i$

$$\text{A. } \frac{x^2}{4} - y^2 = 1 \qquad \text{D. } \frac{y^2}{8} - \frac{x^2}{2} = 1$$

- C. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ D. $\frac{y^2}{3} - \frac{x^2}{12} = 1$

A. 1 或 $\frac{1}{2}$ B. -1 或 $\frac{1}{2}$

- C. 1 或 $-\frac{1}{2}$ D. -1 或 $-\frac{1}{2}$

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{5}{16}$ D. $\frac{11}{16}$

D. $b > c > a$

D. 7

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $2S_n = 3^n - 2n - 1$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)若 $b_n = \frac{2 \cdot 3^n}{a_{n+1}a_{n+2}}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12分)数据显示中国车载音乐已步入快速发展期,随着车载音乐的商业化模式进一步完善,市场将持续扩大,下表为2018—2022年中国车载音乐市场规模(单位:十亿元),其中年份2018—2022对应的代码分别为1—5.

年份代码 x	1	2	3	4	5
车载音乐市场规模 y	2.8	3.9	7.3	12.0	17.0

(1)由上表数据知,可用指数函数模型 $y = a \cdot b^x$ 拟合 y 与 x 的关系,请建立 y 关于 x 的回归方程(a, b 的值精确到0.1);

(2)综合考虑2023年及2024年的经济环境及疫情等因素,某预测公司根据上述数据求得 y 关于 x 的回归方程后,通过修正,把 $b - 1.3$ 作为2023年与2024年这两年的年平均增长率,请根据2022年中国车载音乐市场规模及修正后的年平均增长率预测2024年中国车载音乐市场规模.

参考数据:

$\bar{v}$	$\sum_{i=1}^5 x_i v_i$	$e^{0.524}$	$e^{0.472}$
1.94	33.82	1.7	1.6

其中 $v_i = \ln y_i, \bar{v} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 v_i$.

参考公式:对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$,其回归直线 $\hat{v} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘

估计公式分别为 $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i v_i - n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^n u_i^2 - n\bar{u}^2}, \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}$.

19. (12分)在① $3ab \sin C = 4 \vec{AB} \cdot \vec{AC}$; ② $a(3 \sin B + 4 \cos B) = 4c$,这两个条件中任选一个,补充在下面问题中,并加以解答.

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , _____.

(1)求 $\sin A$ 的值;

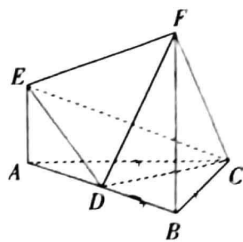
(2)若 $\triangle ABC$ 的面积为2, $a = 4$,求 $\triangle ABC$ 的周长.

注:如选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

20. (12 分) 如图, 在多面体 $ABCEF$ 中, $AE \perp$ 平面 ABC , $AE \parallel BF$, D 为 AB 的中点. $AC = BC = 2\sqrt{2}$, $AB = BF = 4AE = 4$.

(1) 证明: $DE \perp$ 平面 CDF ;

(2) 求二面角 $E-CF-D$ 的平面角的余弦值.



21. (12 分) 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , A, B 分别为 C 上两个不同的动点, O 为坐标原点, 当 $\triangle OAB$ 为等边三角形时, $|AB| = 8\sqrt{3}$.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 抛物线 C 在第一象限的部分是否存在点 P , 使得点 P 满足 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 4\overrightarrow{PF}$, 且点 P 到直线 AB 的距离为 2? 若存在, 求出点 P 的坐标及直线 AB 的方程; 若不存在, 请说明理由.

22. (12 分) 已知函数 $f(x) = xe^x - a$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $[-2, 1]$ 上的零点个数;

(2) 当 $a = 0$ 且 $x \in (-1, 0) \cup (0, +\infty)$ 时, 记 $M(x) = \left[\frac{f(x)}{x} - 1 \right] \cdot \frac{\ln(x+1)}{x^2}$, 探究 $M(x)$ 与 1 的大小关系, 并说明理由.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线