贵阳市五校 2022 届高三年级联合考试（一）
理科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	B	D	C	D	D	A	C	D	C	A

【解析】

1．在 B 中，$x-1>0\Rightarrow x>1$，$\therefore A\cap B=\{x\,|\,1<x<2\}$，故选 B.

2．$z=1+\frac{2}{1+\mathrm{i}}=1+\frac{2(1-\mathrm{i})}{2}=2-\mathrm{i}$，$\therefore |z|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$．故选 A.

3．由题可得其可行域为如图 1，l：$z=x+2y\Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+\frac{z}{2}$，当 l 经过点 $A(0,-1)$ 时，z 取到最小值，$\therefore z_{\min}=0+2(-1)=-2$，故选 B.

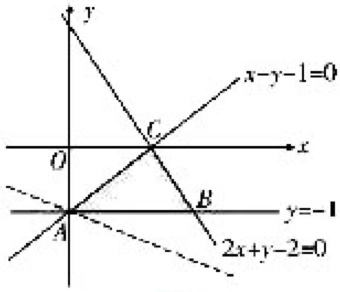


图 1

4．展开式中常数项为 $T_{3+1}=\mathrm{C}_4^3(x^3)^1\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)^3=-32$，故选 D.

5．由直方图估计样本平均值为 $57.5\times0.15+62.5\times0.25+67.5\times0.3+72.5\times0.2+77.5\times0.1$ $=66.75$，故 C 错误，故选 C.

6．双曲线 C 的一条渐近线为 $\sqrt{3}x-y=0$，在圆 M 中，圆心 $M(2,0)$，半径 $r=2$，圆心到渐近线的距离 $d=\frac{|2\sqrt{3}-0|}{2}=\sqrt{3}$，由垂径定理得 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}=2$，故选 D.

7．按循环结构中，每一次循环得情况为：$S=11$，$n=9$；$S=20$，$n=8$；$S=28$，$n=7$，退出循环时，$n=7$，即 $n=8$ 满足循环条件，但 $n=7$ 不满足条件，所以条件为 $n>7$，故选 D.

8．在 $\triangle ABC$ 中，$\cos A=\frac{3^2+4^2-\sqrt{13}^2}{2\times3\times4}=\frac{1}{2}$，在 $\triangle ABD$ 中，$|BD|=\sqrt{3^2+2^2-2\times3\times2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$．故选 A.

9．根据三视图知该几何体是一个四棱锥，底面为矩形，一条侧棱与底面垂直，因此可以将其补形为一个长方体，则该四棱锥的外接球也就是长方体的外接球，故 $2R=\sqrt{2^2+4^2+2^2}=2\sqrt{6}$，所以 $R=\sqrt{6}$，所以 $V=\frac{4}{3}\pi R^3=8\sqrt{6}\pi$，故选 C.

10．因为$2<2.5<4$，$3<3.5<9$，所以$1<a<2$，$1<b<2$，$c=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1.5}=2^{1.5}>2$，所以$c$最大，

故排除 A，B；设$y=\log_x\left(x+\frac{1}{2}\right)=\frac{\ln(x+0.5)}{\ln x}$，$x>1$，则$y'=\frac{\frac{1}{x+0.5}\ln x-\frac{1}{x}\ln(x+0.5)}{(\ln x)^2}=$

$\frac{\ln x^x-\ln(x+0.5)^{(x+0.5)}}{x(x+0.5)(\ln x)^2}$，因为$x>1$，所以$x^x<(x+0.5)^{(x+0.5)}$，所以$\ln x^x-\ln(x+0.5)^{(x+0.5)}<0$，

所以$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减，所以$f(2)>f(3)$，即$a>b$，所以$b<a<c$，故选 D．

11．取直线AB为旋转轴，设$OG=x$，由帕普斯得定理知$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{2}\pi R^2\cdot 2\pi\cdot x$，所以$x=\frac{12}{\pi}\text{cm}$，

即$OG=\frac{12}{\pi}\text{cm}$，故选 C．

12．在$f(x)$中，定义域$\mathbf{R}$关于原点对称，且$f(-x)=\frac{4\cdot(-x)}{(-x)^2+1}=-\frac{4x}{x^2+1}=-f(x)$，所以$f(x)$为

奇函数，其图象关于原点对称，故①正确，②错误；$\forall x\in\mathbf{R}$，$m>f(x)\Leftrightarrow m\geqslant f(x)_{\max}$，

当$x\leqslant 0$时，$f(x)\leqslant 0$；当$x>0$时，$f(x)=\frac{4x}{x^2+1}=\frac{4}{x+\frac{1}{x}}\leqslant\frac{4}{2\sqrt{1}}=2$，当且仅当$x=\frac{1}{x}$，

即$x=1$时，上式等号成立，故$f(x)_{\max}=2$，所以$m\geqslant 2$，所以$m_{\min}=2$，所以③正确，故选 A．

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

题号	13	14	15	16
答案	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\sqrt{2}-2$	①②

【解析】

13．设$\bar{a}$与$\bar{b}$的夹角为θ，由题可得$(2\bar{a}+\bar{b})\cdot\bar{b}=0\Rightarrow 2\bar{a}\cdot\bar{b}+\bar{b}\cdot\bar{b}=0\Rightarrow 2|\bar{a}|\times|\bar{b}|\times\cos\theta+|\bar{b}|^2$

$=0$．因为$|\bar{b}|=\sqrt{2}$，可求得$\bar{a}$在$\bar{b}$方向上的投影$|\bar{a}|\times\cos\theta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$．

14．因为$\{a_n\}$，$\{b_n\}$为等差数列，则有$a_3+a_9=2a_6=3$，$b_5+b_7=2b_6=6$，$S_{11}=11a_6$，$T_{11}=11b_6$，

所以$\frac{S_{11}}{T_{11}}=\frac{11a_6}{11b_6}=\frac{a_6}{b_6}=\frac{1}{2}$．

15．由抛物线的定义可知，如图2，动点N的轨迹为开口向左的抛物线，其焦点坐标为$B(-1,0)$，准线方程为$x=1$，可求得抛物线方程为：$y^2=-4x$．连接$O'B$交圆O'于M点，交抛物线于N点，此时$|MN|+m$最小，利用两点距离公式可求得$|O'B|=2\sqrt{2}$，$|MN|+m=2\sqrt{2}-2$．

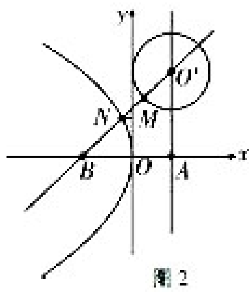


图2

16．如图3，①连接EF、BD、B_1D_1，则由正方体的性质可知，$EF\perp$平面BDD_1B_1，所以平面$MENF\perp$平面BDD_1B_1，所以①正确；②连接MN，因为$EF\perp$平面BDD_1B_1，所以$EF\perp MN$，所以四边形$MENF$是菱形．$S=\frac{1}{2}\times EF\times MN$，四边形$MENF$的对角线$EF$是固定的，

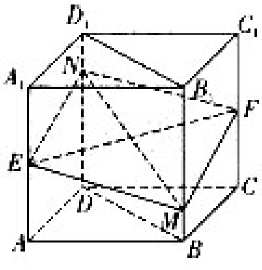


图3

$|MN|=\sqrt{(1-2x)^2+2}$，所以当且仅当$x=\frac{1}{2}$时，四边形$MENF$的面积最小，故②正确；③因为$EF\perp MN$，所以四边形$MENF$是菱形．当$x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$时，$EM$的长度由大变小．当$x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$时，$EM$的长度由小变大．所以函数$L=f(x)$，$x\in[0,1]$不单调．所以③错误；④四棱锥则分割为两个小三棱锥，它们以C_1EF为底，以M、N分别为顶点的两个小棱锥$M-C_1EF$、$N-C_1EF$．因为三角形C_1EF的面积是个常数．M、N到平面C_1EF的距离是个常数，所以四棱锥C_1-MENF的体积$V=h(x)$为常值函数，所以④错误．

三、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．（本小题满分12分）

解：（1）选择①：$\because S_n=\frac{n(n+3)}{2}$，$\therefore$可推得$\{a_n\}$是公差$d=1$，$a_1=2$的等差数列，

$a_n=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．……………………………………………………（6分）

选择②：$\because$对任意$n>1$满足$S_n-1=S_{n-1}+a_{n-1}$；$\therefore a_n-a_{n-1}=1$．

$\therefore$数列$\{a_n\}$是公差为1的等差数列，$\therefore a_n=a_2+(n-2)d=n+1$，$\therefore b_n=2^n$．

……………………………………………………（6分）

选择③：$\because\{a_n\}$是等差数列且$a_2=3$，

$3a_1+a_4=11$，$\therefore \begin{cases} a_2=a_1+d=3, \\ 3a_1+a_4=4a_1+3d=11, \end{cases}$ $\therefore a_1=2$，$d=1$，

$a_n=n+1$，$\therefore b_n=2^n$． ……………………………………………………………………（6 分）

（2）设 $c_n=(a_n-1)b_n=n\cdot 2^n$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，

则 $T_n=1\cdot 2^1+2\cdot 2^2+3\cdot 2^3+\cdots+(n-1)\cdot 2^{n-1}+n\cdot 2^n$，

那么有 $2T_n=1\cdot 2^2+2\cdot 2^3+3\cdot 2^4+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$，

故上面两式错位相减相消得 $-T_n=2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}$，

化简得 $T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$． ……………………………………………………………（12 分）

18.（本小题满分 12 分）

解：（1）由题意可知，$\dfrac{k+1}{10}=50\%$，解得 $k=4$，即 0～4 表示下雨，5～9 表示不下雨．

……………………………………………………………………………………（3 分）

所给的 20 组数据中 714，740，491，272，073，445，435，027，共 8 组表示 3 天中恰好有 2 天下雨，

故所求的概率为 $\dfrac{8}{20}=\dfrac{2}{5}$． ……………………………………………………………（6 分）

（2）由题中所给的数据可得 $\bar{t}=3$，$\bar{y}=25$，

所以 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{5}(t_i-\bar{t})^2}=\dfrac{-16}{10}=-\dfrac{8}{5}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=25-\left(-\dfrac{8}{5}\right)\times 3=\dfrac{149}{5}$，

所以回归方程为 $\hat{y}=-\dfrac{8}{5}t+\dfrac{149}{5}$，当 $t=7$ 时，$\hat{y}=-\dfrac{8}{5}\times 7+\dfrac{149}{5}=\dfrac{93}{5}$．

……………………………………………………………………………………（10 分）

所以该地区 2022 年端午节有降雨的话，降雨量约为 $\dfrac{93}{5}$ mm． ………………………（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是长方体，所以 $B_1C_1\perp$ 侧平面 A_1B_1BA，

而 $BE\subset$ 平面 A_1B_1BA，所以 $BE\perp B_1C_1$，

在 $\triangle BEB_1$ 中，$BE=\sqrt{2}$，$B_1E=\sqrt{2}$，$BB_1=2$，

所以 $BE^2+B_1E^2=BB_1^2$，所以 $BE\perp B_1E$，

又 $B_1C_1\cap B_1E=B_1$，B_1C_1，$B_1E\subset$ 平面 EB_1C_1，因此 $BE\perp$ 平面 EB_1C_1．

……………………………………………………………………………（6 分）

（2）解：如图 4 所示，以点 D 为坐标原点，以 $\overline{DA}$，$\overline{DC}$，$\overline{DD_1}$ 分别为 x，y，z 轴，建立空间直角坐标系，

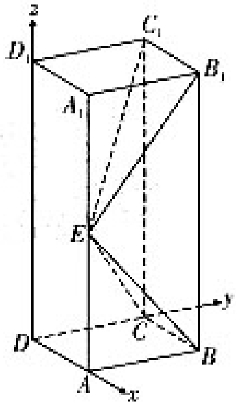


图 4

则 $B(1,\ 1,\ 0)$，$C(0,\ 1,\ 0)$，$C_1(0,\ 1,\ 2)$，$E(1,\ 0,\ 1)$，

$\overline{EC}=(-1,\ 1,\ -1)$，$\overline{CC_1}=(0,\ 0,\ 2)$，$\overline{BE}=(0,\ -1,\ 1)$，

设 $\overline{m}=(x_1,\ y_1,\ z_1)$ 是平面 BEC 的法向量，

则 $\begin{cases}\overline{m}\cdot\overline{BE}=0,\\ \overline{m}\cdot\overline{EC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-y_1+z_1=0,\\ -x_1+y_1-z_1=0\end{cases}\Rightarrow\overline{m}=(0,\ 1,\ 1)$，

设 $\overline{n}=(x_2,\ y_2,\ z_2)$ 是平面 ECC_1 的法向量，

则 $\begin{cases}\overline{n}\cdot\overline{CC_1}=0,\\ \overline{n}\cdot\overline{EC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2z_2=0,\\ -x_2+y_2-z_2=0\end{cases}\Rightarrow\overline{n}=(1,\ 1,\ 0)$，

所以 $\left|\dfrac{\overline{m}\cdot\overline{n}}{|\overline{m}|\cdot|\overline{n}|}\right|=\left|\dfrac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}\right|=\dfrac{1}{2}$，所以二面角 $B-EC-C_1$ 的大小为 $120°$．

……………………………………………………………………………（12 分）

20．（本小题满分 12 分）

（1）解：$g(x)=\dfrac{e^x}{x^2}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{e^x\cdot x^2-2xe^x}{x^4}=\dfrac{e^x(x-2)}{x^3}$，

当 $0<x<2$ 时，$g'(x)<0$；

当 $x<0$ 或 $x>2$ 时，$g'(x)>0$，

$\therefore g(x)$ 在 $(0,\ 2)$ 上单调递减，在 $(-\infty,\ 0)$，$(2,\ +\infty)$ 上单调递增；

故 $g(x)$ 有一个极小值 $g(2)=\dfrac{e^2}{4}$，无极大值．……………………………（6 分）

（2）证明：要证 $f(x)>\dfrac{1}{4}\ln x-\dfrac{3}{4}$ 成立，只需证 $\dfrac{e^x}{x}>\dfrac{1}{4}\ln x-\dfrac{3}{4}$ 成立，

即证 $\dfrac{e^x}{x^2}>\dfrac{1}{4x}(\ln x-3)$ 成立，

令 $h(x)=\dfrac{1}{4x}(\ln x-3)$，则 $h'(x)=\dfrac{4-\ln x}{4x^2}$，

当 $0<x<e^4$ 时，$h'(x)>0$；

当 $x>e^4$ 时，$h'(x)<0$，

$\therefore h(x)$ 在 $(0,\ e^4)$ 上单调递增，在 $(e^4,\ +\infty)$ 上单调递减，

$\therefore h(x)_{max}=h(e^4)=\dfrac{1}{4e^4}$，

$\because g(x)=\dfrac{e^x}{x^2}$ 由（1）可知 $g(x)_{min}=g(2)=\dfrac{e^2}{4}$，

$\therefore g(x)_{min}>h(x)_{max}$，

$\therefore g(x)>h(x)$，

$\therefore f(x)>\dfrac{1}{4}\ln x-\dfrac{3}{4}$. ……………………………………………………………（12 分）

21.（本小题满分 12 分）

（1）解：由题意得 $|MF_1|+|MF_2|=|PF_1|+|PF_2|=4$，则动点 M 的轨迹为椭圆，焦点在 x 轴上，

可设为 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，$a=2$，$c=\sqrt{3}$，$b=1$，

故动点 M 的轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，……………………………………………………（6 分）

（2）证明：设直线 PA 与直线 PB 的斜率为 k_1，k_2，如果直线 l 与 x 轴垂直，设 l：$x=t$，

由题设可得 $t\neq 0$，且 $|t|<2$，可得 A，B 的坐标分别为 $\left(t,\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right)$，$\left(t,-\dfrac{\sqrt{4-t^2}}{2}\right)$，

则 $k_1+k_2=\dfrac{\sqrt{4-t^2}-2}{2t}-\dfrac{\sqrt{4-t^2}+2}{2t}=-1$，得 $t=2$，不符合题设.

从而可设直线 l：$y=kx+m(m\neq 1)$，将 $y=kx+m(m\neq 1)$ 代入 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，

得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$，由题意可得 $\Delta=16(4k^2-m^2+1)>0$，

设 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}$，

而 $k_1+k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1}+\dfrac{y_2-1}{x_2}=\dfrac{kx_1+m-1}{x_1}+\dfrac{kx_2+m-1}{x_2}$

$=\dfrac{2kx_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)}{x_1x_2}$，

由题意得 $k_1+k_2=-1$，故 $(2k+1)x_1x_2+(m-1)(x_1+x_2)=0$，

即 $(2k+1)\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}+(m-1)\dfrac{-8km}{4k^2+1}=0$，解得 $k=-\dfrac{m+1}{2}$．

当且仅当 $m>-1$ 时，$\Delta>0$，欲使 l：$y=-\dfrac{m+1}{2}x+m$，即 $y+1=-\dfrac{m+1}{2}(x-2)$，

所以 l 过定点 $(2,-1)$．……………………………………………………………………（12 分）

22.（本小题满分 10 分）【选修 4—4：坐标系与参数方程】

解：（1）曲线 C_1 的普通方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，

曲线 C_2 的直角坐标方程为 $y-5x-1=0$，

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1,\\ y-5x-1=0,\end{cases}$ 消 y 得到 $101x^2+40x=0$，解得 $x_1=0$，$x_2=-\dfrac{40}{101}$，

故 C_1 与 C_2 的公共点的直角坐标为 $(0,1)$，$\left(-\dfrac{40}{101},-\dfrac{99}{101}\right)$．…………………………（5 分）

（2）曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2=\dfrac{4}{\cos^2\theta+4\sin^2\theta}$，

令 $M(\rho_1,\theta_1)$，$N\left(\rho_2,\theta_1+\dfrac{\pi}{2}\right)$，

则 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}=\dfrac{1}{\rho_1^2}+\dfrac{1}{\rho_2^2}$

$=\dfrac{\cos^2\theta_1+4\sin^2\theta_1}{4}+\dfrac{\cos^2\left(\theta_1+\dfrac{\pi}{2}\right)+4\sin^2\left(\theta_1+\dfrac{\pi}{2}\right)}{4}$

$=\dfrac{\cos^2\theta_1+4\sin^2\theta_1+\sin^2\theta_1+4\cos^2\theta_1}{4}$

$=\dfrac{5\cos^2\theta_1+5\sin^2\theta_1}{4}=\dfrac{5}{4}$，

即 $\dfrac{1}{|OM|^2}+\dfrac{1}{|ON|^2}$ 的值为 $\dfrac{5}{4}$．……………………………………………………（10

23.（本小题满分 10 分）【选修 4–5：不等式选讲】

解：（1）当 $m=1$ 时，$f(x)=|x-3|+|x+1|$，

当 $x\leqslant -1$ 时，$f(x)=-x+3-x-1=-2x+2\geqslant 6\Rightarrow x\leqslant -2$，所以 $x\leqslant -2$；

当 $-1<x<3$ 时，$f(x)=-x+3+x+1=4\geqslant 6$，不成立；

当 $x\geqslant 3$ 时，$f(x)=x-3+x+1=2x-2\geqslant 6\Rightarrow x\geqslant 4$，所以 $x\geqslant 4$，

所以，综上可知，所求解集为 $\{x\,|\,x\geqslant 4$ 或 $x\leqslant -2\}$．……………………………（5 分）

（2）要求 $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)<2m$，m 的取值范围，

可先求 $\forall x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)\geqslant 2m$ 时，m 的取值范围，

$\forall x\in\mathbf{R}$，$f(x)=|x-3|+|x+m|\geqslant|x-3-(x+m)|=|-3-m|\geqslant 2m$，

当 $m<0$ 时，$|-3-m|\geqslant 2m$ 恒成立；

当 $m\geqslant 0$ 时，$m\leqslant 3$，

综上，$\forall x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)\geqslant 2m$ 时，m 的取值范围为 $(-\infty,3]$，

故 $\exists x\in\mathbf{R}$，使得 $f(x)<2m$ 时，m 的取值范围为 $(3,+\infty)$．………………………（10 分）

24.（本小题满分 10 分）

（1）解：$\because (c-2b)\cos A+a\cos C=0$，

由正弦定理有：$\sin C\cos A-2\sin B\cos A+\sin A\cos C=0$，

$\sin C\cos A+\sin A\cos C=2\sin B\cos A$，

$\sin(A+C)=2\sin B\cos A$，$\sin B=2\sin B\cos A$，则 $\cos A=\dfrac{1}{2}$，

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$．…………………………………………………（5 分）

（2）证明：因为 $A=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，即 $b^2+c^2-a^2=bc$，

又因为 $\sqrt{3}(c-b)=a$，可得 $b^2+c^2-3(c-b)^2=bc$，

即 $2b^2+2c^2-5bc=0$，即 $(c-2b)(2c-b)=0$，而 $b<c$，解得 $c=2b$，

所以 $a=\sqrt{3}b$，

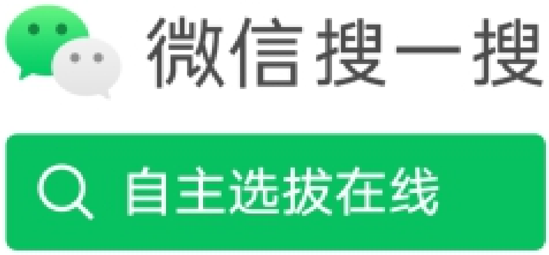
故 $c^2=a^2+b^2$，

即 $\triangle ABC$ 是直角三角形，得证．…………………………………

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》