

绝密★启用前

天一大联考
2021 届高中毕业班考前定位联合考试

文科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid |y| = x^2\}$, $B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 2\}$, 则 $A \cap B$ 中的元素个数为
A. 1 B. 2 C. 4 D. 8
2. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 C_1D_1, C_1C 的中点, 则在直线 CD_1, BA_1, DB_1, AC_1 中, 与 MN 异面且垂直的直线的条数为
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
3. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $4a \sin B = \sqrt{3} b \cos A + b \sin A$, 则 $A =$
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
4. 已知复数 z 满足 $(1+i)z = 1+2i$, 则 $|z+bi| \leq \frac{\sqrt{10}}{2}$ ($b \in \mathbf{R}$) 的一个充分不必要条件是
A. $b \in (-1, 0)$ B. $b \in [-1, 0]$ C. $b \in (0, 1)$ D. $b \in [-1, 2]$
5. 基尼系数是国际上用来综合衡量居民内部收入分配差异状况的一个重要指标, 它的一种简便易行的计算方法是根据中位数对平均数的占比来估计基尼系数(换算表如下表所示). 假设某地从事自媒体的人员仅有 4 人, 年收入分别为 5 万元, 10 万元, 30 万元, 55 万元, 则这 4 人的年收入的基尼系数为

中位数占比—基尼系数换算表

中位数占比	0%	20%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	95%	100%
基尼系数	1.000	0.795	0.662	0.595	0.525	0.450	0.363	0.255	0.179	0.000

- A. 0.595 B. 0.525 C. 0.450 D. 0.363
6. 2021 年初我国脱贫攻坚战取得了全面胜利, 现行标准下区域性整体贫困得到解决, 完成了消除绝对贫困的艰巨任务. 经过数据分析得到某山区贫困户年总收入与各项投入之间的关系: 贫困户年总收入 y (元) $= 1\ 200 + 4.1 \times$ 年扶贫资金(元) $+ 4.3 \times$ 年自投资金(元) $+ 900 \times$ 自投劳力(个). 若一个贫困户家中只有两个劳力, 2016 年自投资金 5 000 元, 以后每年的自投资金均比上一年增长 10%, 2016 年获得的扶贫资金为 30 000 元, 以后每年获得的扶贫资金均比上一年减少 5 000 元, 则该贫困户在 2021 年的年总收入约为 $(1.1^5 \approx 1.6)$
A. 48 100 元 B. 57 900 元 C. 58 100 元 D. 64 800 元
7. 若曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ 在点 $x = a$ 处的切线的斜率与直线 $(1-b)x - y + 2 = 0$ 的斜率相等, 则 b 的最大值为
A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

8. 将函数 $f(x) = 4\sin\left(2x + \frac{5\pi}{12}\right) - 1$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后, 所得图象对应的函数 $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的值域为

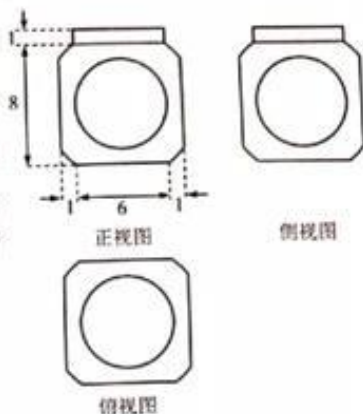
- A. $[0, 1]$ B. $[-1, 3]$ C. $[-1, 2\sqrt{2} - 1]$ D. $[1, 3]$

9. 已知过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点, Q 为 AB 的中点, P 为 C 上一点, 则 $|PF| + |PQ|$ 的最小值为

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

10. 已知球被平面所截得的一部分叫做球缺, 截面叫做球缺的底, 垂直于截面的球的直径被截得的一段叫做球缺的高. 如果球的半径是 R , 球缺的高是 h , 那么球缺的体积 $V = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$. 若一个儿童储糖罐可以看成是一个球被一个正方体的 6 个面所截后剩余的部分(球心与正方体的中心重合)与一个圆柱组合而成的几何体, 其三视图如图所示, 则该储糖罐的体积为

- A. $\frac{443}{3}\pi$ B. $\frac{157}{3}\pi$ C. $\frac{476}{3}\pi$ D. $\frac{485}{3}\pi$



11. 已知双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 绕原点顺时针转动 45° , 就会得到双曲线 $x^2 - y^2 = 4$, 类比可知, 以双曲线 $y = \frac{2x+2}{x-1}$ 的

对称中心为圆心, 焦距为直径的圆的标准方程为

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 8$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$

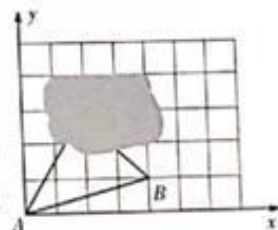
12. 已知函数 $f(x) = (x-2)e^x$. 若 $g(x) = \begin{cases} x-3, & x \geq \lambda \\ f(x), & x < \lambda \end{cases}$ 的零点恰有 2 个, 则 λ 的取值范围是

- A. $(3, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(2, 3]$ D. $(0, 3]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 如图, 在边长为 1 的正方形组成的网格中, $\triangle ABC$ 的顶点 $C(2, t)$ 被阴影遮住, $|\overrightarrow{BC}| = 2\sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____.

14. 烟花三月, 草长莺飞, 樱花、桃花、梨花、苹果花、牡丹花陆陆续续地都开放了, 周老师准备从这 5 种花中任选出 3 种去旅游观赏, 则恰巧选中桃花与牡丹花的概率为 _____.



15. 若 $\sqrt{1 - 2\sin \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}} + \sqrt{1 + 2\sin \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}} = a (a > 0)$, 则 $\tan \frac{1}{2} =$ _____ (用含 a 的式子表示).

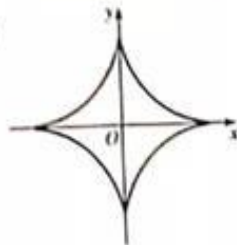
16. 数学中有许多形状优美的曲线, 如星形线, 让一个半径为 r 的小圆在一个半径为 $4r$ 的大圆内部, 沿着圆的圆周滚动, 小圆圆周上的任一点形成的轨迹即为星形线. 如图, 已知星形线 C 的

方程为 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$, 周长为 $6a$. 有如下结论:

- ① 曲线 $D: |x| + |y| = a$ 的周长大于星形线的周长;
② 曲线 C 上任意两点距离的最大值为 $2a$;
③ 曲线 C 与圆 $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$ 有且仅有 4 个公共点;

④ 从曲线 C 上任一点作 x, y 轴的垂线, 垂线与 x, y 轴所围成图形的面积最大值为 $\frac{a^2}{4}$.

其中所有正确结论的序号是 _____.



三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题,考生根据要求作答.

(一)必考题:共 60 分.

17. (12 分)

已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , $a_2 = 4$, $6a_1 = a_2 + a_3$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 及 $\{b_n\}$ 的通项公式;

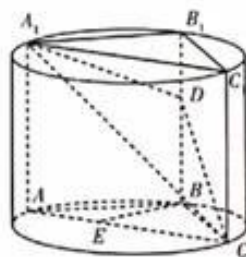
(II) 若对任意正整数 n 恒有 $(n+m)a_{n+1} \geq a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots + a_nb_n$ 成立, 求 m 的最小值.

18. (12 分)

如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 在圆柱中, 等腰直角三角形 $A_1B_1C_1, ABC$ 分别为上、下底面的内接三角形, 点 D, E 分别在棱 BB_1 和 AC 上, $AB = BC = AA_1$, $AC = 3AE$, $BE \parallel$ 平面 A_1CD .

(I) 求 $\frac{B_1D}{BB_1}$ 的值;

(II) 若异面直线 AB 与 CD 的公垂线的长度为 $\frac{4\sqrt{13}}{13}$, 求圆柱的表面积.



19. (12 分)

2017 年开始, 小李在县城租房开了一间服装店, 每年只卖甲品牌和乙品牌的服装, 小李所租服装店每年的租金如下表:

年份	2017	2018	2019	2020
年份代号 x	1	2	3	4
租金 y (千元)	29	33	36	42

根据以往的统计可知, 每年卖甲品牌服装的收入为 $6.7 + 0.3x$ 万元, 卖乙品牌服装的收入为 $9.8 + 0.2x$ 万元.

(I) 求 y 关于 x 的线性回归方程;

(II) 由 (I) 求得的回归方程预测此服装店 2021 年的利润为多少. (年利润 = 年收入 - 年租金)

参考公式: 在线性回归方程 $\hat{y} = bx + a$ 中, $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $a = \bar{y} - b\bar{x}$.

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , $a_2 = 4$, $6a_1 = a_2 + a_3$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 及 $\{b_n\}$ 的通项公式;

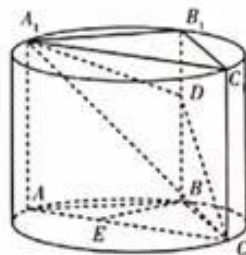
(II) 若对任意正整数 n 恒有 $(n+m)a_{n+1} \geq a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_nb_n$ 成立, 求 m 的最小值.

18. (12 分)

如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 在圆柱中, 等腰直角三角形 $A_1B_1C_1, ABC$ 分别为上、下底面的内接三角形, 点 D, E 分别在棱 BB_1 和 AC 上, $AB = BC = AA_1$, $AC = 3AE$, $BE \parallel$ 平面 A_1CD .

(I) 求 $\frac{B_1D}{BB_1}$ 的值;

(II) 若异面直线 AB 与 CD 的公垂线的长度为 $\frac{4\sqrt{13}}{13}$, 求圆柱的表面积.



19. (12 分)

2017 年开始, 小李在县城租房开了一间服装店, 每年只卖甲品牌和乙品牌的服装, 小李所租服装店每年的租金如下表:

年份	2017	2018	2019	2020
年份代号 x	1	2	3	4
租金 y (千元)	29	33	36	42

根据以往的统计可知, 每年卖甲品牌服装的收入为 $6.7 + 0.3x$ 万元, 卖乙品牌服装的收入为 $9.8 + 0.2x$ 万元.

(I) 求 y 关于 x 的线性回归方程;

(II) 由 (I) 求得的回归方程预测此服装店 2021 年的利润为多少. (年利润 = 年收入 - 年租金)

参考公式: 在线性回归方程 $\hat{y} = bx + a$ 中, $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $a = \bar{y} - b\bar{x}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》