资阳市高中2020级高考适应性考试

数学(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分.考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容.

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|2-x<1\}$,$B=\{x||x-1|<3\}$,则 $A\cap B=$

A. $\{x|-2<x<1\}$　　B. $\{x|x<4\}$

C. $\{x|1<x<4\}$　　D. $\{x|x>-2\}$

2. 已知复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$,且 $\frac{z\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=1+2\mathrm{i}$,则 $ab=$

A. -9　　B. 9　　C. -3　　D. 3

3. 若 $a=\log_{0.3}0.4$,$b=1.2^{0.3}$,$c=\log_{2.1}0.9$,则

A. $a>b>c$　　B. $b>c>a$　　C. $a>c>b$　　D. $b>a>c$

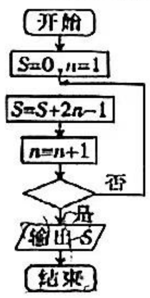
4. 已知向量 $a=(1,2)$,$b=(-2,3)$,若 $a\perp(ka+b)$,则 $k=$

A. $\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}$

5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且 $a_4+a_8=a_5+4$,则 $S_{13}=$

A. 26　　B. 32　　C. 52　　D. 64

6. 执行如图所示的程序框图,若输出的 $S=81$,则判断框内可填入的条件是

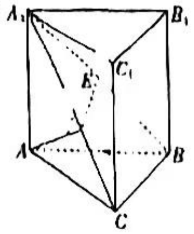


A. $n\leqslant9$?　　B. $n\geqslant9$?　　C. $n<9$?　　D. $n>9$?

7. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1-x)=f(5+x)$,且 $f(x+1)$ 是偶函数,当 $1\leqslant x\leqslant3$ 时,$f(x)=2^x-\frac{3}{4}$,则 $f(\log_2 36)=$

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3　　C. $\frac{39}{8}$　　D. $\frac{39}{4}$

8. 如图，在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=AB=2$，D 在 A_1C 上，E 是 A_1B 的中点，则 $(AD+DE)^2$ 的最小值是



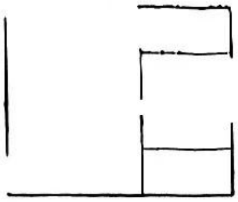
A. $6-\sqrt{7}$

B. $2\sqrt{7}$

C. $3+\sqrt{7}$

D. $5+\sqrt{7}$

9. 某社区计划在该小区内如图所示的一块空地布置花卉，要求相邻区域布置的花卉种类不同，且每个区域只布置一种花卉，若有 5 种不同的花卉可供选择，则不同的布置方案有



A. 360 种　　B. 420 种

C. 480 种　　D. 540 种

10. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 $F(-c,0)$，点 M 在双曲线 C 的右支上，$A(0,b)$，若△AMF 周长的最小值是 $2c+4a$，则双曲线 C 的离心率是

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$　　B. $\sqrt{3}+1$　　C. $\frac{5}{2}$　　D. 5

11. 已知正三棱锥 $P-ABC$ 的底面边长为 3，高为 $\sqrt{6}$，则三棱锥 $P-ABC$ 的内切球的表面积为

A. $\frac{3\pi}{2}$　　B. 3π　　C. 6π　　D. 12π

12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x-3, & x>0,\\ x^3-3x+1, & x\leqslant 0,\end{cases}$ 函数 $g(x)=$ [illegible] m 恰有三个零点，则 m 的取值范围是

A. $(-3,1)$　　B. $(0,1)$　　C. $[-1,1)$　　D. $(1,3)$

第Ⅱ卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 幸福指数是衡量人们对自身生存和发展状况的感受和体验，即人们的幸福感的一种指数. 某机构从某社区随机调查了 10 人，得到他们的幸福指数（满分：10 分）分别是 7.6，8.5，7.8，9.2，8.1，9.7，9.9，9.5，8.3，8.8，则这组数据的中位数是__________.

14. 已知抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点为 F，直线 $l:y=x+m$ 与抛物线 C 交于 A,B 两点，若 $|AF|+|BF|=18$，则 $m=$__________.

15. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $b_n=\frac{S_n}{n}$，则称数列 $\{b_n\}$ 是数列 $\{a_n\}$ 的"均值数列". 已知数列 $\{b_n\}$ 是数列 $\{a_n\}$ 的"均值数列"，且 $b_n=$ [illegible]，则 a_n 的最小值是__________.

16. 已知函数 $f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x(\omega>0)$，$|f(x_1)-f(x_2)|=4$，且 $|x_1-x_2|$ 的最小值是 $\frac{\pi}{2}$. 若关于 x 的方程 $f(x)=1$ 在 $[m,n](m<n)$ 上有 2023 个零点，则 $n-m$ 的最小值是__________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17.（12 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $b\sin B-c\sin C=a$．

（1）证明：$B-C=\frac{\pi}{2}$．

（2）若 $A=\frac{\pi}{3}$，$a=2\sqrt{3}$，求△ABC 的面积．

18.（12 分）

某杂志社对投稿的稿件要进行评审，评审的程序如下：先由两位专家进行初审．若两位专家的初审都通过，则予以录用；若两位专家的初审都不通过，则不予录用；若恰能通过一位专家的初审，则再由另外的两位专家进行复审，若两位专家的复审都通过，则予以录用，否则不予录用．假设投稿的稿件能通过各位专家初审的概率均为$\frac{1}{3}$，复审的稿件能通过各位专家复审的概率均为$\frac{1}{2}$，且每位专家的评审结果相互独立．

（1）求投到该杂志的 1 篇稿件被录用的概率；

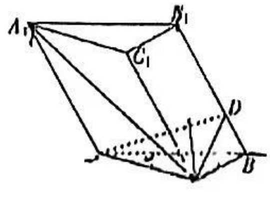
（2）记 X 表示投到该杂志的 3 篇稿件中被录用的篇数，求 X 的分布列及期望．

19.（12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，所有棱长均为 2，且 $B_1C=\sqrt{6}$，$\angle ABB_1=60^\circ$，$\overrightarrow{BB_1}=3\overrightarrow{BD}$．

（1）证明：平面 $ABC\perp$ 平面 ABB_1A_1；

（2）求平面 ACD 与平面 A_1B_1C 夹角的余弦值．



20.(12 分)

椭圆 E 的中心为坐标原点，坐标轴为对称轴，左、右顶点分别为 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，点 $(1,\sqrt{6})$ 在椭圆 E 上.

(1)求椭圆 E 的方程.

(2)过点 $(-1,0)$ 的直线 l 与椭圆 E 交于 P,Q 两点(异于点 A,B)，记直线 AP 与直线 BQ 交于点 M，试问点 M 是否在一条定直线上？若是，求出该定直线方程；若不是，请说明理由.

21.(12 分)

已知函数 $f(x)=e^x+mx^3-nx^2-x$(其中 e 为自然对数的底数)，且曲线 $y=f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $y=-x$.

(1)求实数 m,n 的值；

(2)证明：对任意的 $x\in \mathbf{R}$，$f(x)\geqslant 3x^3-5x^2+1$ 恒成立.

(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.[选修 4—4：坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+3\cos\alpha,\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数)，以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程是 $\rho\cos\theta+2\rho\sin\theta-12=0$.

(1)求曲线 C 的极坐标方程；

(2)设射线 $l_1:\theta=\frac{\pi}{4}(\rho\geqslant 0)$ 与曲线 C 交于点 A，与直线 l 交于点 B，求 $|AB|$ 的值.

23.[选修 4—5：不等式选讲](10 分)

已知 $a>0,b>0$，且 $a+b=2$.

(1)求 a^2+b^2 的最小值；

(2)证明：$\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1}\leqslant 2\sqrt{2}$.