

## 2022-2023 学年第二学期第四次阶段测试卷

### 高一数学

2023.6

考试说明:

1.本试卷共 150 分.考试时间 120 分钟.

2.请将各题答案填在答题卡上.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1.已知  $z=1-i$ , 则  $\bar{z}(1-z)=$  ( )

A.  $-1-i$     B.  $-1+i$     C.  $1-i$     D.  $1+i$

2.平面向量  $\vec{a}=(1,-\sqrt{3})$ ,  $\vec{b}=(2,m)$  若  $(\vec{a}+\vec{b})\parallel(\vec{a}-\vec{b})$ , 则  $m=$  ( )

A.  $-1$     B.  $0$     C.  $2\sqrt{3}$     D.  $-2\sqrt{3}$

3.下列说法中正确的是 ( )

A.圆柱是将矩形旋转一周所得到的几何体

B.圆锥的顶点、圆锥底面圆周上任意一点及底面圆的圆心三点的连线都可以构成直角三角形

C.用一平面去截圆锥, 底面与截面之间的部分叫做圆台

D.过球上任意两点, 有且仅有一个大圆

4.在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  为棱  $BB_1$  的中点, 则异面直线  $A_1E$  与  $BC_1$  夹角的余弦值为 ( )

A.  $0$     B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     D.  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

5.已知  $m, n, l$  是三条不同的直线,  $\alpha, \beta, \gamma$  是三个不同的平面, 则下列命题正确的是 ( )

A.若  $m \perp n, n \perp l$ , 则  $m \perp l$

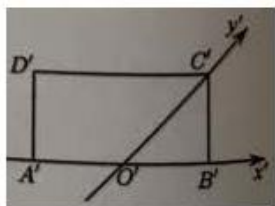
B.若  $\alpha \perp \beta, \beta \perp \gamma$ , 则  $\alpha \perp \gamma$

C.若  $m \perp \beta, n \perp \beta$ , 则  $m \parallel n$

D.若  $m, n$  是异面直线,  $m \subset \alpha, m \parallel \beta, n \subset \beta, n \parallel \alpha$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  不一定平行

6.已知直四棱柱的高为 2, 其底面四边形  $ABCD$  水平放置的斜二测直观图为矩形  $A'B'C'D'$ , 如图所示, 若

$A'O' = O'B' = 2, B'C' = 2$ , 则该直四棱柱的体积为 ( )



- A.  $16\sqrt{2}$     B.  $32\sqrt{2}$     C.  $16\sqrt{3}$     D.  $32\sqrt{3}$

7. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $a \cos B = b \sin A, C = \frac{\pi}{6}, c = 2$ , 则  $b =$  ( )

- A.  $\sqrt{2}$     B.  $2\sqrt{2}$     C.  $\sqrt{6}$     D.  $2\sqrt{6}$

8. 在三棱锥  $D-ABC$  中,  $CD \perp$  底面  $ABC, CD = BC, AB = \sqrt{3}, AC = 1, \angle BAC = \frac{5\pi}{6}$ , 则  $AD$  与平面  $BCD$  所成角的正弦值为 ( )

- A.  $\frac{5}{17}$     B.  $\frac{3\sqrt{7}}{7}$     C.  $\frac{3\sqrt{14}}{56}$     D.  $\frac{\sqrt{42}}{56}$

二、多选题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 过  $\triangle ABC$  所在平面  $\alpha$  外一点  $P$ , 作  $PO \perp \alpha$ , 垂足为  $O$ , 连接  $PA, PB, PC$ , 则正确的选项为 ( )

- A. 若  $PA = PB = PC, \angle C = 90^\circ$ , 则  $O$  是  $AB$  边的中点  
 B. 若  $P$  到  $\triangle ABC$  三边的距离相等, 则  $O$  是  $\triangle ABC$  的内心  
 C. 若  $PA \perp PB, PB \perp PC, PA \perp PC$ , 则  $O$  是  $\triangle ABC$  的垂心  
 D. 若  $PA \perp BC, PB \perp AC, PC \perp AB$ , 则  $O$  是  $\triangle ABC$  的外心

10.  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a = 1, b = \sqrt{3}, \sin B = \sin 2A$ , 则  $c$  的值可以为 ( )

- A. 1    B. 2    C. 3    D. 4

11. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 下列说法中正确的是 ( )

- A. 若  $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$ , 则  $\triangle ABC$  一定是等边三角形  
 B. 若  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ , 则  $\triangle ABC$  为等腰直角三角形  
 C. 若  $c = 2a \cos B$ , 则  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形

D. 若  $a = 2\sqrt{3}, b = 4$ , 要使满足条件的三角形有且只有两个, 则  $A \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

12. 已知圆锥  $PO$  ( $P$  为圆锥顶点,  $O$  为底面圆心) 轴截面  $PAB$  是边长为 4 的等边三角形, 则下面选项正确的是 ( )

- A.圆锥的高为  $3\sqrt{3}$   
 B.圆锥  $PO$  的侧面积为  $8\pi$   
 C.圆锥  $PO$  的内切球表面积为  $\frac{16\pi}{3}$   
 D.若  $C$  为  $PB$  的中点, 则沿圆锥  $PO$  的侧面由点  $A$  到点  $C$  的最短路程是  $\sqrt{5}$

**三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.**

13. 已知复数  $z_1, z_2$  满足  $z_1 - 2z_2 = 5 + i, 2z_1 + z_2 = 3i$ , 则  $z_1 =$  \_\_\_\_\_.
14. 已知  $\overline{AB} = (1, 2), \overline{CD} = (3, 3)$ , 则向量  $\overline{AB}$  在  $\overline{CD}$  方向上的投影向量坐标为 \_\_\_\_\_.
15. 已知一个直角三角形的两直角边长分别是 3, 4, 以直角三角形的斜边所在直线为旋转轴, 其余两边旋转一周形成的面所围成的旋转体的表面积为 \_\_\_\_\_.
16. 已知经过圆锥的顶点与底面圆心的截面是边长为 2 的等边三角形, 一个圆柱的下底面在该圆锥的底面上, 上底面圆周在该圆锥的侧面上, 则该内接圆柱的侧面积最大时, 该圆柱的高为 \_\_\_\_\_.

**四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

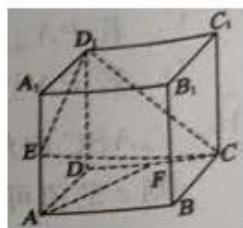
17. (本题满分 10 分)

已知复数  $z_1 = a + i$ , 其中  $a \in \mathbb{R}$ .

- (1) 若  $z_1^2 = 2i$ , 求实数  $a$  的值;
- (2) 若  $z_2 = 1 - i$  且  $\frac{z_1}{z_2}$  是纯虚数, 求  $\frac{z_1}{z_2} + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2023}$ .

18. (本题满分 12 分)

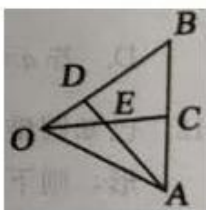
在直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别是  $AA_1, DC$  的中点.



- (1) 求证:  $AF \parallel$  平面  $CED_1$ ;
- (2) 若  $AD \perp DC, AD = DC = 1, AA_1 = 2$ , 求点  $F$  到平面  $CED_1$  的距离;
- (3)  $B$  是否在平面  $CED_1$  上, 回答是与否, 不需要说明理由.

19. (本题满分 12 分)

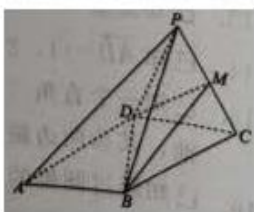
如图, 在  $\triangle OAB$  中,  $C$  是  $AB$  的中点,  $D$  是线段  $OB$  上靠近点  $O$  的三等分点, 设  $\overline{OA} = \vec{a}, \overline{OB} = \vec{b}$ .



- (1) 用向量  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  表示向量  $\vec{OC}, \vec{CD}$  ;  
 (2) 若  $\vec{OE} = \frac{1}{2}\vec{OC}$  , 求证:  $A, D, E$  三点共线.

20. (本题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为平行四边形, 点  $M$  为  $PC$  上一点.



- (1) 若点  $M$  为  $PC$  中点, 求证:  $PA \parallel$  平面  $MBD$  ;  
 (2) 若  $AD=6, AB=3, \angle BAD=60^\circ$  , 平面  $PCD \perp$  平面  $ABCD$  , 求证: 平面  $MBD \perp$  平面  $PCD$  .

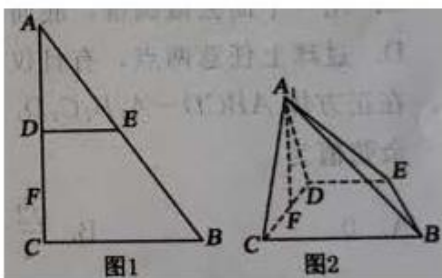
21. (本题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c, a = \sqrt{2}$  ,  $\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}(c\sin C + b\sin B - a\sin A)$  .

- (1) 求  $A$  ;  
 (2) 求  $\triangle ABC$  面积的最大值.

22. 如图 1 所示, 在梯形  $BCDE$  中,  $DE \parallel BC, \angle C = \frac{\pi}{2}$  , 分别延长两腰交于点  $A$  , 点  $F$  为线段  $CD$  上一点,

将  $\triangle ADE$  沿  $DE$  折起到  $\triangle A_1DE$  的位置, 使  $A_1F \perp CD$  , 如图 2 所示.



- (1) 求证:  $A_1F \perp$  平面  $BCDE$  ;  
 (2) 若  $BC=6, AC=8, DE = \frac{1}{2}BC$  , 二面角  $A_1-DE-C$  的平面角为  $\frac{\pi}{3}$  , 求  $A_1B$  与平面  $DEBC$  所成的角的正切值.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

