

2022~2023 学年度高一年级 6 月月考

数 学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，**超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。**
4. 本卷命题范围：人教 A 版必修第一册(30%)，必修第二册(70%)。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = i^3(1-i)$ ，则 $\left| \frac{1}{\bar{z}} \right| =$
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
2. 一组数据按从小到大的顺序排列为 1, 2, 4, 4, 5, 8，则该组数据的 70% 分位数是
A. 4 B. 5 C. 6 D. 6.5
3. 分别和两条异面直线都相交的两条直线的位置关系是
A. 异面 B. 相交 C. 平行 D. 异面或相交
4. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}$ ，使得 $ax^2 + 2x + 1 < 0$ 成立为真命题，则实数 a 的取值范围是
A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $[0, 1)$ D. $(0, 1]$
5. 已知 m, n, l 是 3 条不同的直线， α, β, γ 是 3 个不同的平面，则下列命题中正确的是
A. 若 $m \perp l, n \perp l$ ，则 $m \parallel n$ B. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, l \perp m$ ，则 $l \perp \alpha$
C. 若 $m \perp \alpha, m \parallel \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$ D. 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (3a-1)x+a & (x < 1) \\ \cos x & (x \geq 1) \end{cases}$ ，有最大值，则实数 a 的取值范围为
A. $\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right]$ B. $\left[0, \frac{1}{3} \right)$ C. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3} \right)$ D. $\left[\frac{1}{7}, 1 \right)$
7. 将函数 $f(x) = \sin x$ 的图象上各点的横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，纵坐标不变，再将所得图象向左平移 $\varphi (\varphi > 0)$ 个单位长度，所得图象关于 y 轴对称，则 φ 的值可能是
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

【高一年级 6 月月考·数学 第 1 页(共 4 页)】

8. 已知 $\triangle ABC$ 满足 $2\cos^2 A + 2 = \cos^2 C + 3\cos^2 B$, 则 $\cos B$ 的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 从装有两个红球和三个黑球的口袋里任取两个球, 则互斥的两个事件是

- A. “至少有一个黑球”与“都是黑球”
B. “至少有一个黑球”与“都是红球”
C. “至少有一个黑球”与“至少有一个红球”
D. “恰好有一个黑球”与“恰好有两个黑球”

10. 下列各式中值为 1 的是

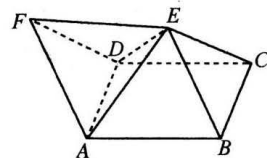
- A. $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$
B. $\cos^2 75^\circ - \sin^2 75^\circ$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sin^2 15^\circ$
D. $\sin^2 2023 + \cos^2 2023$

11. 下列函数中, y 的最小值为 4 的是

- A. $y = x + \frac{4}{x}$ B. $y = e^x + 4e^{-x}$
C. $y = 4\sin x + \frac{1}{\sin x} (0 < x < \pi)$ D. $y = \frac{2(x^2 + 3)}{\sqrt{x^2 + 3}}$

12. 如图, 正四棱锥 $E-ABCD$ 的底面边长与侧棱长均为 a , 正三棱锥 $F-ADE$ 的棱长均为 a , 则

- A. $EF \perp BC$
B. 正四棱锥 $E-ABCD$ 的内切球半径为 $(1 - \frac{\sqrt{2}}{2})a$
C. E, F, A, B 四点共面
D. 平面 $FAD \parallel$ 平面 BEC

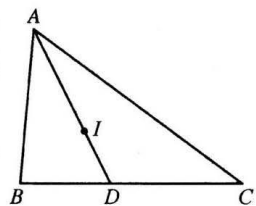


三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 计算: $(\frac{27}{8})^{\sin 0} + \log_2 \cos 0 =$ _____.

14. 某班共有 40 名学生, 其中 24 名男生身高的平均数为 170 cm, 方差为 28; 16 名女生身高的平均数为 160 cm, 方差为 48, 则该班全体学生身高的方差为 _____.

15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $CA=6$, 点 I 是 $\triangle ABC$ 的内切圆圆心 (即 $\triangle ABC$ 三条内角平分线的交点), 直线 AI 与 BC 交于点 D . 设 $\vec{AD} = m\vec{AB} + n\vec{AC}$, 则 $m-n=$ _____.



16. 已知一个圆柱形容器的内部有一个棱长为 2 的正方体, 若该正方体可以任意转动, 则该圆柱形容器的容积的最小值为 _____.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}|=1, \mathbf{b}=(-2, 1)$, 且 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=2$.

(1) 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$;

(2) 求 $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上投影向量的坐标.

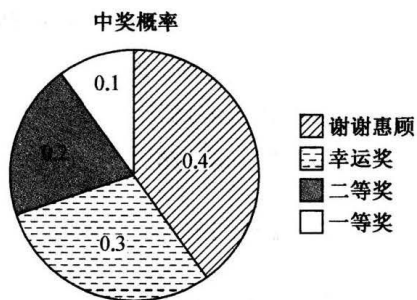
18. (本小题满分 12 分)

某超市做电脑摇奖活动,各奖项中奖概率如图所示. 已知甲、乙、丙参加摇奖,假设这 3 人之间的摇奖互不影响.

(1) 求甲、乙、丙都中一等奖的概率;

(2) 求甲未中奖且乙、丙中奖的概率;

(3) 求甲、乙、丙至少有一人中奖的概率.



19. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\mathbf{a}=(\sin \omega x, \cos \omega x), \mathbf{b}=(\cos \varphi, \sin \varphi)$, 函数 $f(x)=\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}(\omega>0, |\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的最小

正周期为 π , 且 $f(\frac{\pi}{4})=-f(\frac{7\pi}{12})$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

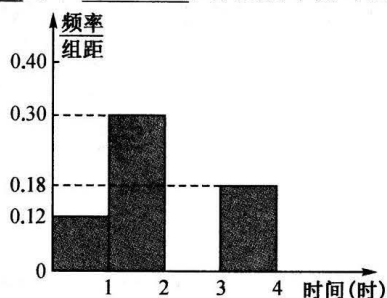
20. (本小题满分 12 分)

某校倡议七年级学生利用双休日在各自社区参加义务劳动,为了解学生们的劳动情况,学校随机抽查了部分学生的劳动时间,并用得到的数据绘制成不完整的统计图表,如图所示:

劳动时间(时)	频数(人数)	频率
$[0, 1)$	12	0.12
$[1, 2)$	30	0.3
$[2, 3)$	x	0.4
$[3, 4]$	18	y
合计	m	1

【高一年级 6 月月考·数学 第 3 页(共 4 页)】

(1) 统计表中的 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$, 补全频率分布直方图;



(2) 估计所有被调查学生劳动时间的平均数;

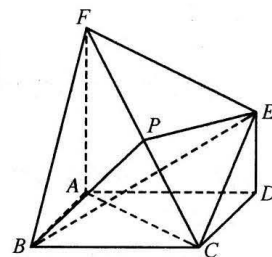
(3) 针对被调查的学生, 用分层抽样的方法从劳动时间在 $[0, 1)$ 和 $[3, 4]$ 的两组中抽取 5 人, 再从这 5 人中随机抽取 2 人, 求这 2 人全部来自劳动时间在 $[3, 4]$ 的概率.

21. (本小题满分 12 分)

如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $FA \perp$ 平面 $ABCD$, $ED \parallel FA$, 且 $AB = FA = 2ED$.

(1) 求证: 平面 $ABF \parallel$ 平面 CDE ;

(2) 在棱 CF 上是否存在点 P , 使平面 $FAC \perp$ 平面 PBE ? 并说明理由.

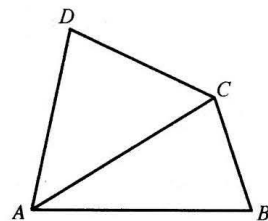


22. (本小题满分 12 分)

如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $AB = 2$, $AC = \sqrt{3}$.

(1) 求 $\angle BAC$;

(2) 若 A, B, C, D 四点共圆, 求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线