

机密★启用前 [考试时间:2023年7月2日下午3:00—5:00]

乐山市高中 2024 届期末教学质量检测

文科数学

(本试卷共 4 页,满分:150 分 考试时间:120 分钟)

本试题卷分第一部分(选择题)和第二部分(非选择题)两部分.第一部分 1 至 2 页,第二部分 3 至 4 页.考生作答时,须将答案答在答题卡上,在本试题卷、草稿纸上答题无效.满分 150 分,考试时间 120 分钟.考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

第一部分(选择题 共 60 分)

注意事项:

1. 选择题必须用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上.
2. 第一部分共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 计算: $(3-4i)(3+4i)=$

- A. -7 B. 7 C. 25 D. -25

2. 下列命题错误的是

- A. 不共线的三点确定一个平面 B. 一条直线和直线外一点,可确定一个平面
C. 梯形可确定一个平面 D. 圆心和圆上两点可确定一个平面

3. 下列变量间的关系,不是相关关系的是

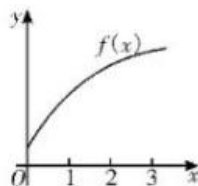
- A. 一块农田的水稻产量与施肥之间的关系
B. 正方形的面积与边长之间的关系
C. 商品销售收入与其广告费支出之间的关系
D. 人体内的脂肪含量与年龄之间的关系

4. 小李打开计算机时,忘记了开机密码的前两位,他只记得第一位是 M, N 中的一个字母,第二位是 1, 2, 3 中的一个数字,则小李输入一次密码能成功开机的概率是

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{14}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{12}$

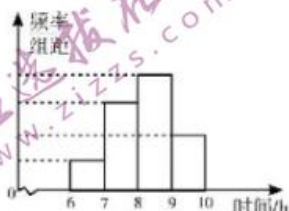
5. 函数 $y=f(x)$ 的图象如图所示,它的导函数为 $y=f'(x)$,下列正确的是

- A. $f'(1) > f'(2) > f'(3) > 0$
B. $f'(1) < f'(2) < f'(3) < 0$
C. $0 < f'(1) < f'(2) < f'(3)$
D. $f'(1) > f'(2) > 0 > f'(3)$



高二文科数学 第 1 页 (共 4 页)

6. 某地为了了解中学生的日均睡眠时间(单位:h),随机选择了 n 位中学生进行调查,根据所得数据画出样本的频率分布直方图,如图所示,且从左到右的第 1 个,第 4 个,第 2 个,第 3 个小长方形的面积依次构成公差为 0.1 的等差数列,又第四小组的频数是 10,则 n 等于



- A. 30
B. 40
C. 50
D. 60

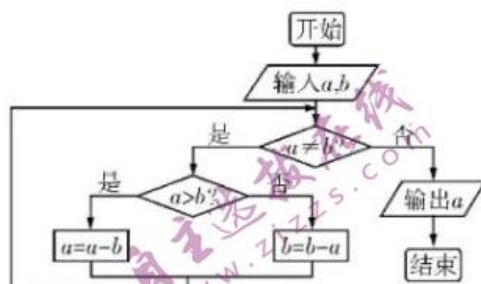
7. 在一次实验中,测得 (x, y) 的四组数值分别是 $A(1, 3), B(2, 3.8), C(3, 5.2), D(4, 6)$, 则 x 与 y 之间的回归直线方程可能是

- A. $\hat{y} = -x + 7$ B. $\hat{y} = 1.04x + 1.9$ C. $\hat{y} = 1.9x + 1.04$ D. $\hat{y} = 1.05x - 0.9$

8. 函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 在区间 $[-2, 0]$ 的最大值和最小值分别为

- A. 2 和 -2 B. 2 和 0 C. 1 和 0 D. 0 和 -2

9. 如图所示程序框图的算法思路源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”. 执行该程序框图,若输入的 a, b 分别为 63, 49, 则输出的 $a =$



- A. 2 B. 3
C. 5 D. 7

10. 设函数 $f(x) = a^2x - \frac{1}{x} (x > 0)$, 在区间 $(0, 3)$ 内随机抽取两个实数分别记为 a, b , 则 $f(x) > 2b - 2$ 恒成立的概率是

- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{7}{9}$

11. 已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{2}ax^2 + x$ 存在单调递减区间, 则实数 a 的取值范围是

- A. $[-\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

12. 已知 $a = \sin \frac{1}{5}, b = \frac{1}{5}, c = \frac{6}{5} \ln \frac{6}{5}$, 则

- A. $b > c > a$ B. $a > c > b$ C. $c > b > a$ D. $a > b > c$

第二部分(非选择题 90分)

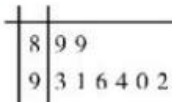
注意事项:

1. 考生须用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答案区域作答, 作图可用铅笔画线, 确认后用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚, 答在试题卷上无效.

2. 本部分共 10 小题, 共计 90 分.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在一次月考中, 高二年级 8 个班的数学平均分如茎叶图所示, 这组数字的中位数为_____.



14. 福利彩票“双色球”中红球的号码可以从 01, 02, 03, ..., 32, 33 这 33 个两位号码中选取, 小明利用如下所示的随机数表选取红色球的 6 个号码, 选取方法是从第 1 行第 9 列的数字开始, 从左到右依次读取数据, 则第四个被选中的红色球号码为_____.

第 1 行: 2 9 7 6 3 4 1 3 2 8 1 4 2 6 4 1

第 2 行: 8 3 0 3 9 8 2 2 5 8 8 8 2 1 1 0

15. 已知正 $\triangle ABC$ 边长为 1, 将 $\triangle ABC$ 绕 BC 旋转至 $\triangle DBC$, 使得 $AD=1$, 则三棱锥 $D-ABC$ 的外接球表面积为_____.

16. 已知正实数 a, b , 满足 $ae^2(\ln b - \ln a + a - 1) \geq be^a$, 则 $\frac{1}{b}$ 的最小值为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

17. (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x - 6$.

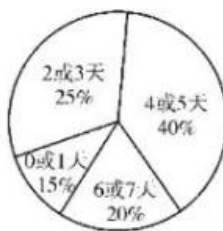
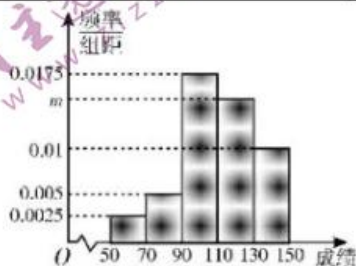
(1) 求 $f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

18. (本小题 12 分)

为了研究学生每天整理数学错题情况, 某课题组在某市中学生中随机抽取了 100 名学生调查了他们期中考试的成绩和平时整理数学错题情况, 并绘制了下列两个统计图表, 图 1 为学生期中考试数学成绩的频率分布直方图, 图 2 为学生一个星期内整理数学错题天数的扇形图. 若本次数学成绩在 110 分及以上视为优秀, 将一个星期有 4 天及以上整理数学错题视为“经常整理”, 少于 4 天视为“不经常整理”. 已知数学成绩优秀的学生中, 经常整理错题的学生占 70%.

	数学成绩优秀	数学成绩不优秀	合计
经常整理			
不经常整理			
合计			



(1)求图 1 中 m 的值;

(2)根据图 1、图 2 中的数据,补全上方 2×2 列联表,判断能否有 95% 的把握认为学生数学成绩优秀与经常整理数学错题有关?

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

α	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = x \cdot e^x$.

(1)求 $f(x)$ 的极值;

(2)求方程 $f(x) = a (a \in \mathbf{R})$ 有两个不同的根,求 a 的取值范围.

20. (本小题 12 分)

某电器公司的市场研究人员为了解公司的经营状况,对该公司最近七个月内的市场占有率进行了统计,结果如下表所示:

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月
月份代码 x	1	2	3	4	5	6	7
市场占有率 $y(\%)$	11	13	16	15	20	21	23

(1)用相关系数说明市场占有率 y 与月份代码 x 之间的关系是否可用线性回归模型拟合? (结果保留两位小数)

(2)求 y 关于 x 的线性回归方程,并预测该公司 10 月份的市场占有率.

参考依据: $\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 28$, $\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2 = 118$, $\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 56$, $\sqrt{826} \approx 28.7$.

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, 线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和

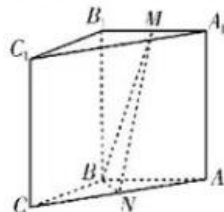
截距的最小二乘法估计分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

21. (本小题 12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,侧面 BCC_1B_1 为正方形, $AB = BC = 2$, $AC = 2\sqrt{3}$, M, N 分别为 A_1B_1, AC 的中点.

(1)求证: $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2)若 $BN \perp$ 平面 AA_1C_1C , 求 V_{C-BMN} .



22. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax}{e^x}$ 和 $g(x) = \frac{\ln x}{ax}$ 有相同的最大值.

(1)求 a ;

(2)若直线 $y = b$ 与 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图象共有四个不同的交点,试探究:从左到右四个交点横坐标之间的等量关系.

乐山市高中 2024 届期末教学质量检测 文科数学参考答案及评分意见

2023. 7

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

- | | | | |
|-------|-------|------|------|
| 1. C | 2. D | 3. B | 4. C |
| 6. C | 7. B | 8. A | 9. D |
| 11. B | 12. C | | |

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

- | | |
|------------------------|---------------------|
| 13. 91.5; | 14. 0.3; |
| 15. $\frac{3}{2}\pi$; | 16. $\frac{1}{e}$. |

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.

17. 解：(1) $\because f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 6$, $\therefore f'(x) = x^2 - 2x$,1 分

$\therefore x = 3$ 时, $f'(3) = 8$, $f(3) = 0$3 分

\therefore 切线方程为: $y - 0 = 8(x - 3)$, 即: $8x - y - 24 = 0$5 分

(2) 令 $f'(x) > 0$, 解得 $x < -1$ 或 $x > 1$7 分

令 $f'(x) < 0$, 解得 $-1 < x < 1$8 分

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 和 $(1, +\infty)$ 单调递增, 在 $(-1, 1)$ 单调递减.10 分

18. 解：(1) $\because (0.0025 + 0.005 + 0.0175 + m + 0.01) \times 20 = 1$,2 分

$\therefore m = 0.015$4 分

(2) 数学成绩优秀的有 $100 \times 50\% = 50$ 人, 不优秀的人 $100 \times 50\% = 50$ 人,

经常整理错题的有 $100 \times (40\% + 20\%) = 60$ 人, 不经常整理错题的是 $100 - 60 = 40$ 人,

经常整理错题且成绩优秀的有 $50 \times 70\% = 35$ 人.6 分

	数学成绩优秀	数学成绩不优秀	合计
经常整理	35	25	60
不经常整理	15	25	40
合计	50	50	100

.....8 分

$\therefore K^2 = \frac{100(35 \times 25 - 15 \times 25)^2}{50 \times 50 \times 60 \times 40} = \frac{25}{6} > 3.841$,11 分

即有 95% 的把握认为数学成绩优秀与经常整理数学错题有关联.12 分

19. 解: (1) $\because f(x) = x \cdot e^x, \therefore f'(x) = (1+x)e^x, \dots\dots\dots 1$ 分
 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = -1. \dots\dots\dots 2$ 分
 $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 单调递减, 在 $(-1, +\infty)$ 单调递增. $\dots\dots\dots 4$ 分
 \therefore 当 $x = -1$ 时, $f(x)$ 有极小值 $-\frac{1}{e}. \dots\dots\dots 6$ 分
 (2) $\because x \rightarrow -\infty$ 时, $f(x) \rightarrow 0, \dots\dots\dots 8$ 分
 $\therefore a \in (-\frac{1}{e}, 0). \dots\dots\dots 12$ 分

(注: 学生答 $a \in (-\frac{1}{e}, +\infty)$ 扣 2 分)

20. 解: (1) $\because \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 28, \sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2 = 118, \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 56, \dots\dots\dots 4$ 分

$$\therefore r = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{56}{\sqrt{28 \times 118}} = \frac{56}{2\sqrt{826}} \approx \frac{56}{57.4} \approx 0.98, \dots\dots\dots 7$$
 分
 \therefore 两变量之间具有较强的线性相关关系, $\dots\dots\dots 4$ 分
 故市场占有率 y 与月份代码 x 之间的关系可用线性回归模型拟合. $\dots\dots\dots 5$ 分

(2) $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{56}{28} = 2, \dots\dots\dots 7$ 分

- 又 $\bar{x} = \frac{1}{7} \times (1+2+3+4+5+6+7) = 4, \bar{y} = \frac{1}{7} \times (11+13+16+15+20+21+23) = 17, \dots\dots\dots 9$ 分
 $\therefore \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 17 - 2 \times 4 = 9, \dots\dots\dots 10$ 分
 故 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 2x + 9, \dots\dots\dots 10$ 分
 当 $x = 10$ 时, $\hat{y} = 2 \times 10 + 9 = 29, \dots\dots\dots 12$ 分
 \therefore 预测该公司 10 月份的市场占有率为 29%. $\dots\dots\dots 12$ 分

21. 证明: (1) 取 AB 的中点为 K , 连接 $MK, NK,$

\because 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1, \therefore$ 四边形 ABB_1A_1 为平行四边形,

$\therefore BM = MA_1, BK = KA,$

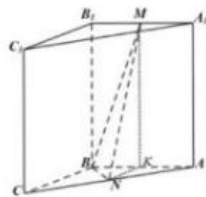
$\therefore MK \parallel BB_1.$

又 $MK \not\subset$ 平面 $BCC_1B_1, BB_1 \subset$ 平面 $BCC_1B_1,$

$\therefore MK \parallel$ 平面 $BCC_1B_1.$

$\because N, K$ 分别为 AC, AB 中点,

$\therefore NK \parallel BC.$



$\dots\dots\dots 2$ 分

又 $NK \not\subset$ 平面 BCC_1B_1 , $BC \subset$ 平面 BCC_1B_1 ,
 $\therefore NK \parallel$ 平面 BCC_1B_14分

$\because NK \cap MK = K, NK, MK \subset$ 平面 MKN ,
 \therefore 平面 $MKN \parallel$ 平面 BCC_1B_15分

又 $MN \subset$ 平面 MKN ,
 $\therefore MN \parallel$ 平面 BCC_1B_16分

(2) $\because BN \perp$ 面 AA_1C_1C ,
 $\therefore BN \perp CC_1$7分

又 \because 侧面 BCC_1B_1 为正方形,
 $\therefore CC_1 \perp BC$.

$\because BC \cap BN = B$,
 $\therefore CC_1 \perp$ 平面 ABC9分

$\therefore V_{C-BMN} = V_{M-CBN} = \frac{1}{3} \cdot CC_1 \cdot \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$12分

22. 解: (1) $\because f(x) = \frac{ax}{e^x}, \therefore f'(x) = \frac{a(1-x)}{e^x}$1分

$\because f(x)$ 有最大值, $\therefore a > 0$.
 $\therefore f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 单调递减.

$\therefore f(x)_{\max} = f(1) = \frac{a}{e}$3分

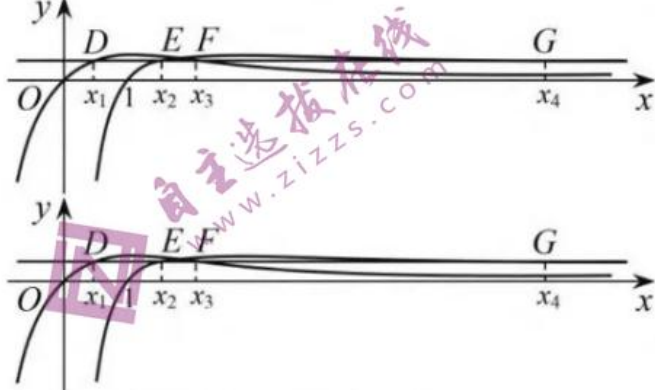
$\because g(x) = \frac{\ln x}{ax}, \therefore g'(x) = \frac{1 - \ln x}{ax^2}$.

$\therefore g(x)$ 在 $(0, e)$ 单调递增, 在 $(e, +\infty)$ 单调递减.

$\therefore g(x)_{\max} = g(e) = \frac{1}{ae}$5分

$\because f(x)_{\max} = g(x)_{\max}$,
 $\therefore \frac{a}{e} = \frac{1}{ae}$, 解得 $a = 1$6分

(2) 直线 $y = b$ 与 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图象有四个不同的交点, 存在以下两种情况:



由于两种情况证法类似, 下证第一种情况:
 设直线 $y = b$ 与 $y = f(x)$ 的图象交点横坐标从左到右依次为 x_1, x_3 ,
 直线 $y = b$ 与 $y = g(x)$ 的图象交点横坐标从左到右依次为 x_2, x_4 .

由(1)可知:

$$f(x_1) = g(x_2) = f(x_3) = g(x_4) = b \text{ 且 } 0 < x_1 < 1 < x_2 < x_3 < x_4. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore f(\ln x_2) = \frac{\ln x_2}{x_2} = g(x_2) = f(x_1) \text{ 且 } 0 < \ln x_2 < 1. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \ln x_2 = x_1. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

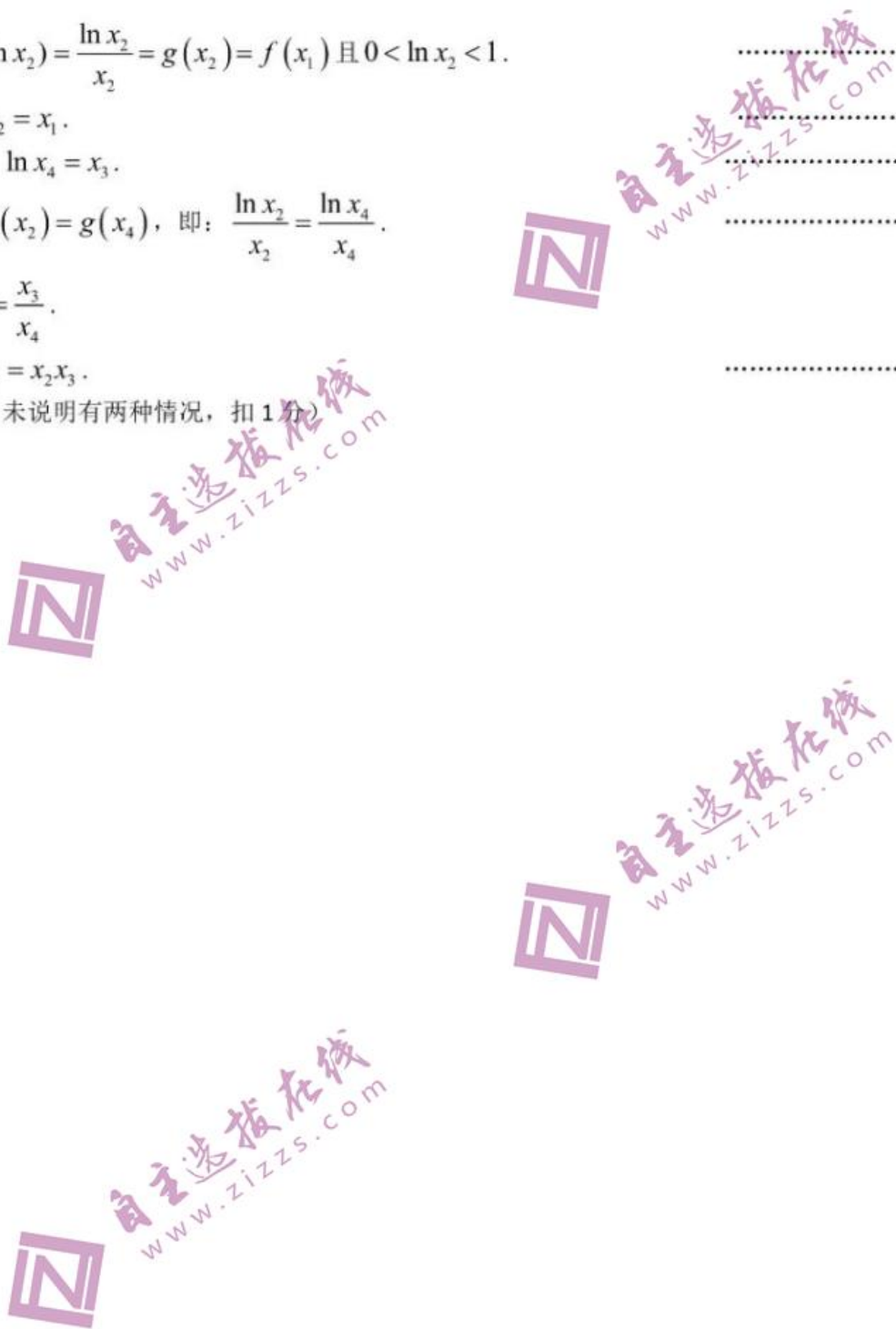
$$\text{同理, } \ln x_4 = x_3. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because g(x_2) = g(x_4), \text{ 即: } \frac{\ln x_2}{x_2} = \frac{\ln x_4}{x_4}. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_3}{x_4}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\therefore x_1 x_4 = x_2 x_3. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

(注: 未说明有两种情况, 扣1分)



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

