



# 1/5 高三数学试卷参考答案

1. A 【解析】本题考查复数的除法运算和共轭复数,考查运算求解能力.

$$\because z = \frac{i}{i-1} = \frac{i(1+i)}{-2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i, \therefore \bar{z} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i,$$

$\therefore$ 复数  $\bar{z}$  的共轭复数  $z$  在复平面内对应的点是  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ , 在第一象限.

2. C 【解析】本题考查集合的运算,考查运算求解能力.

$$\because \text{集合 } A = \{x | 0 < x < 2\}, B = \{x | 1 < x < 3\}, \therefore A \cup B = \{x | 0 < x < 3\}.$$

3. C 【解析】本题考查圆的方程,直线和圆的位置关系,考查运算求解能力.

$$x^2 + 16x + y^2 + m = 0 \text{ 可化为 } (x+8)^2 + y^2 = 64 - m (m < 64), \text{ 所以圆心到直线 } 3x + 4y + 4 = 0 \text{ 的距离 } d = \frac{|-24+4|}{5} = 4, \text{ 所以 } 4^2 + 3^2 = 64 - m, \text{ 解得 } m = 39.$$

4. B 【解析】本题考查函数的图象,考查数形结合的数学思想.

$$\because x \neq 0, f(-x) = \frac{e^{-x}}{-x} + x = -f(x), \therefore f(x) \text{ 为奇函数, 排除 A.}$$

$$\because f(1) = e - 1 > 0, \therefore \text{排除 D.}$$

$$\because \text{当 } x > 0 \text{ 时, } f'(x) = \frac{e^x(x-1) - x^2}{x^2}, \therefore \text{当 } x = 2 \text{ 时, } f'(x) > 0, \therefore \text{排除 C. 故选 B.}$$

5. B 【解析】本题考查对数的运算,考查逻辑推理能力.

$$\text{设三星堆古遗址存在的时期距今大约是 } x \text{ 年, 则 } y_0 \cdot (\frac{1}{2})^{\frac{x}{5730}} = 68\% y_0, \text{ 即 } (\frac{1}{2})^{\frac{x}{5730}} = 0.68,$$

$$\text{所以 } \frac{x}{5730} = \log_{\frac{1}{2}} 0.68 = \log_2 25 - \log_2 17 = 2\log_2 5 - \log_2 17 \approx 0.55, \text{ 解得 } x \approx 5730 \times 0.55 \approx 3152.$$

6. D 【解析】本题考查等差数列,考查运算求解能力.

$$\text{由 } 2S_8 = S_7 + S_{10}, \text{ 得 } S_8 - S_7 = S_{10} - S_8, \text{ 所以 } a_8 = a_7 + a_{10}, \text{ 则 } a_{10} + a_7 - a_8 = a_{11} = 0, \text{ 所以 } S_{21} = 21a_{11} = 0.$$

7. D 【解析】本题考查二项式定理,考查运算求解能力.

$$\because (x^2 + 3x - 1)^5 = [(3x - 1) + x^2]^5 = (3x - 1)^5 + C_5^1(3x - 1)^4 \cdot x^2 + \dots,$$

$$\therefore x \text{ 的系数为 } C_5^1(-1)^4 \times 3 = 15.$$

8. B 【解析】本题考查三棱锥的外接球,考查空间想象能力.

由题可知底面  $ABC$  的边长为  $2\sqrt{3}$ , 因为三棱锥  $P-ABC$  外接球的球心  $O$  恰好在平面  $ABC$  内, 所以球  $O$  的半径为 2, 则三棱锥  $P-ABC$  体积的最大值为  $\frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$ .

9. AD 【解析】本题考查平面向量的数量积,考查运算求解能力.

$$\text{由 } |2a - b| = |a + b|, \text{ 得 } 2a \cdot b = a^2, \text{ 所以 } 2 + 2m = 4, \text{ 则 } m = 1, |b| = \sqrt{2}, a \cdot b = 4, \text{ 故选 AD.}$$

10. AC 【解析】本题考查三角函数的性质,考查数形结合的数学思想.

$$2\sqrt{3}\cos^2 x - \sin 2x = \sqrt{3} - m \text{ 化简可得 } \cos(2x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{m}{2}, \text{ 即 } \cos(2x + \frac{\pi}{6}) = -\frac{m}{2} \text{ 在区间 } [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}] \text{ 上有}$$

且只有一个解, 即  $y = \cos(2x + \frac{\pi}{6})$  的图象和直线  $y = -\frac{m}{2}$  只有 1 个交点.

$$\text{又 } x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}], \text{ 则 } 2x + \frac{\pi}{6} \in [-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}].$$

$$\text{当 } 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3}, \text{ 即 } x = -\frac{\pi}{4} \text{ 时, 可得 } y = \cos(-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2},$$

当  $2x + \frac{\pi}{6} = 0$ , 即  $x = -\frac{\pi}{12}$  时, 可得  $y = 1$ ;

当  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ , 即  $x = \frac{\pi}{6}$  时, 可得  $y = 0$ .

要使得  $y = \cos(2x + \frac{\pi}{6})$  的图象和直线  $y = -\frac{m}{2}$  只有 1 个交点,

结合  $y = \cos(2x + \frac{\pi}{6})$  的图象(图略), 可得  $-\frac{m}{2} = 1$  或  $0 \leq -\frac{m}{2} < \frac{1}{2}$ .

解得  $m = -2$  或  $-1 < m \leq 0$ . 故选 AC.

11. BCD 【解析】本题考查基本不等式, 考查逻辑推理能力.

对于 A, 令  $a = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ,  $b = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ , 则  $a + b = \frac{2\sqrt{10}}{5} = \sqrt{\frac{8}{5}} < \sqrt{2}$ , 故 A 不正确;

对于 B,  $(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(a^2 + b^2) - (a^2 + b^2)^2 = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} - 2a^2b^2 = \frac{(a^2 - b^2)^2}{ab} \geq 0$ , 故 B 正确;

对于 C,  $\log_2 a + \log_2 b = \log_2 ab \leq \log_2 \frac{a^2 + b^2}{2} = -1$ , 当且仅当  $a = b = \frac{\sqrt{2}}{2}$  时, 等号成立, 故 C 正确;

对于 D, 由  $a^2 + b^2 = 1$ , 所以  $0 < a < 1, 0 < b < 1$ , 则  $ab + 1 - a - b = (1 - a)(1 - b) > 0$ . 故 D 正确.

故选 BCD.

12. BD 【解析】本题考查椭圆与双曲线的性质, 考查数形结合的数学思想.

如图, 设  $|MF_1| = m, |MF_2| = n$ , 焦距为  $2c$ , 由椭圆定义可得  $m + n = 2a$ , 由双曲线定义可得  $m - n = 2a_1$ , 解得  $m = a + a_1, n = a - a_1$ .

当  $|F_1F_2| = 2|MO|$  时, 则  $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$ , 所以  $m^2 + n^2 = 4c^2$ ,

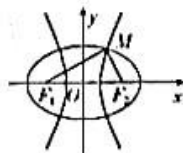
即  $a^2 + a_1^2 = 2c^2$ , 由离心率的公式可得  $\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 2$ , 故 B 正确.

当  $|F_1F_2| = 4|MF_2|$  时, 可得  $n = \frac{1}{2}c$ , 即  $a - a_1 = \frac{1}{2}c$ , 可得  $\frac{1}{e_1} - \frac{1}{e_2} = \frac{1}{2}$ ,

由  $0 < e_1 < 1$ , 可得  $\frac{1}{e_1} > 1$ , 可得  $\frac{1}{e_2} > \frac{1}{2}$ , 即  $1 < e_2 < 2$ , 则  $e_1 e_2 = \frac{2e_2^2}{2 + e_2}$ ,

可设  $2 + e_2 = t (3 < t < 4)$ , 则  $\frac{2e_2^2}{2 + e_2} = \frac{2(t-2)^2}{t} = 2(t + \frac{4}{t} - 4)$ ,

由  $f(t) = t + \frac{4}{t} - 4$  在  $(3, 4)$  上单调递增, 可得  $f(t) \in (\frac{1}{3}, 1)$ , 则  $e_1 e_2 \in (\frac{2}{3}, 2)$ , 故 D 正确. 故选 BD.



13.  $-\frac{7}{9}$  【解析】本题主要考查二倍角公式, 考查运算求解能力.

因为  $2\alpha + \frac{2\pi}{3} = 2(\alpha + \frac{\pi}{12}) + \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin(2\alpha + \frac{2\pi}{3}) = \cos 2(\alpha + \frac{\pi}{12}) = 2\cos^2(\alpha + \frac{\pi}{12}) - 1 = -\frac{7}{9}$ .

14.  $1 - \frac{\sqrt{19}}{3}$  【解析】本题考查圆锥的体积, 考查空间想象能力.

$\frac{V_{\text{水}}}{V_{\text{杯}}} = (\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27}$ , 当液体流下去后,  $\frac{V_{\text{水}} - V_{\text{水}}}{V_{\text{杯}}} = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$ , 所以液体流下去后的液面高度为  $1 - \frac{\sqrt{19}}{3}$ .

15. 1 【解析】本题考查新定义与函数的性质, 考查数形结合的数学思想.

$f(x) = (kx) \Delta x = (k^2 x^2 - 1)(x^2 - 2x) = (kx - 1)(kx + 1)x(x - 2)$ . 因为函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{1}{2}$  对

$$\text{称, 所以} \begin{cases} 0 + \frac{1}{k} = 1, \\ 2 - \frac{1}{k} = 1, \end{cases} \text{ 解得 } k = 1.$$

• GD •

· GD ·

16.  $\frac{5}{16}$  【解析】本题考查概率,考查逻辑推理能力.

设5次三分损益中有 $k$ 次三分损一,所以 $243 \times (\frac{2}{3})^k \times (\frac{1}{3})^{5-k} = 128$ ,解得 $k=3$ .

故所求概率为 $C_5^3 \times (\frac{1}{2})^5 = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$ .

17. 解:因为 $a(\sin A - \sin B) + b\sin B = c\sin C$ ,由正弦定理得 $a(a-b) + b^2 = c^2$ ,即 $a^2 + b^2 - c^2 = ab$ , ..... 2分

所以 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$ ,又 $C \in (0, \pi)$ ,所以 $C = \frac{\pi}{3}$ . ..... 4分

选择①

因为 $\sin A, \sin C, \sin B$ 成等差数列,所以 $\sin A + \sin B = 2\sin C$ ,即 $a + b = 2c = 2$ ,解得 $c = 1$ . ..... 6分

由 $a^2 + b^2 - c^2 = a^2 + b^2 - 1 = ab$ , $(a+b)^2 - 3ab = 1$ ,所以 $ab = 1$ ,故存在满足题意的 $\triangle ABC$ . ..... 8分

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2} \times 1 \times \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ . ..... 10分

选择②

因为 $a + b + c = 4 + 3 + 2$ ,所以 $A > B > C = \frac{\pi}{3}$ . ..... 7分

这与 $A + B + C = \pi$ 矛盾,所以 $\triangle ABC$ 不存在. ..... 10分

选择③

因为 $b\cos A = 1$ ,

所以 $b \cdot \frac{b^2 + 1 - a^2}{2b} = 1$ ,得 $b^2 = 1 + a^2 = c^2 + a^2$ . ..... 6分

所以 $B = \frac{\pi}{2}$ ,此时 $\triangle ABC$ 存在.又 $C = \frac{\pi}{3}$ ,所以 $A = \frac{\pi}{6}$ .

所以 $a = 1 \times \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ . ..... 8分

所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ac = \frac{\sqrt{3}}{6}$ . ..... 10分

18. 解:(1)设 $\{a_n\}$ 的公比为 $q$ ,因为 $a_2, a_3, 6a_1$ 成等差数列,所以 $a_2 + 6a_1 = 2a_3$ ,则 $2q^2 - q - 6 = 0$ ,又 $q > 0$ ,所以 $q = 2$ . ..... 2分

又因为 $a_3 - a_2 = 4$ ,所以 $a_1 = 2$ . ..... 4分

所以 $a_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n$ . ..... 6分

(2)由题可知 $c_n = \frac{\log_2 a_n - 5}{a_n} = \frac{2n - 5}{2^n}$ . ..... 7分

则 $T_n = \frac{-3}{2} + \frac{-1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{2n-5}{2^n}$ , ① ..... 8分

$\frac{1}{2}T_n = \frac{-3}{2^2} + \frac{-1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots + \frac{2n-7}{2^n} + \frac{2n-5}{2^{n+1}}$ , ② ..... 9分

①-②得 $\frac{1}{2}T_n = \frac{-3}{2} + 2(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^n}) - \frac{2n-5}{2^{n+1}} = -\frac{1}{2} + \frac{1-2n}{2^{n+1}}$ . ..... 10分

故 $T_n = -1 - \frac{2n-1}{2^n}$ . ..... 12分

19. (1)证明,取 $BC$ 的中点 $O$ ,连接 $AO, DO$ .

因为 $BO = DE, BO \parallel DE$ ,所以 $BODE$ 为平行四边形.

又 $EB \perp BC$ ,所以 $DO \perp BC$ . ..... 2分

因为 $AB = BC = AC$ ,所以 $AO \perp BC$ . ..... 3分

【高三数学试卷·参考答案】

· GD ·

· GD ·

又  $AO \cap DO = O$ , 所以  $BC \perp$  平面  $ADO$ . ..... 4分

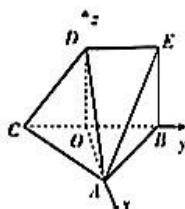
因为  $ADC \subset$  平面  $ADX$ , 所以  $AD \perp BC$ . ..... 5分

(2) 解: 因为平面  $BCDE \perp$  平面  $ABC$ , 平面  $BCDE \cap$  平面  $ABC = BC$ ,

所以  $DO \perp$  平面  $ABC$ . ..... 6分

因为  $S_{\triangle ADO} + S_{\triangle DOE} = 1 + 2$ , 所以平面  $ADX$  即为平面  $\alpha$ . ..... 7分

以  $O$  为坐标原点, 以  $OA, OB, OD$  所在直线分别为  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴建立如图所示的空间直角坐标系  $O-xyz$ .



令  $AB=2$ , 则  $O(0,0,0), A(\sqrt{3},0,0), B(0,1,0), C(0,-1,0), D(0,0,1)$ ,

所以  $\vec{AC} = (-\sqrt{3}, -1, 0), \vec{CD} = (0, 1, 1)$ ,

设平面  $ADC$  的法向量为  $n = (x, y, z)$ ,

$$\text{则 } \begin{cases} n \cdot \vec{AC} = 0, \\ n \cdot \vec{CD} = 0, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} -\sqrt{3}x - y = 0, \\ y + z = 0, \end{cases} \text{ 令 } x = 1, \text{ 则 } y = -\sqrt{3}, z = \sqrt{3}.$$

所以  $n = (1, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$ . ..... 9分

又平面  $\alpha$  的一个法向量为  $m = (0, 1, 0)$ . ..... 10分

设平面  $\alpha$  与平面  $ADC$  所成的角(锐角)为  $\theta$ ,

$$\text{则 } \cos \theta = |\cos \langle m, n \rangle| = \left| \frac{m \cdot n}{|m| |n|} \right| = \left| \frac{-\sqrt{3}}{1 \times \sqrt{7}} \right| = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

所以平面  $\alpha$  与平面  $ADC$  所成锐二面角的余弦值为  $\frac{\sqrt{21}}{7}$ . ..... 12分

20. (1) 解: 过  $P$  向抛物线的准线作垂线, 垂足为  $Q$ (图略), 则  $|PQ| = y_0 + \frac{p}{2} = \frac{5y_0}{4}$ , 故  $y_0 = 2p$ . ..... 2分

又  $P(1, y_0)$  在抛物线上, 所以  $y_0 = \frac{1}{2p}$ . ..... 3分

则  $2p = \frac{1}{2p}$ , 解得  $p = \frac{1}{2}, y_0 = 1$ . ..... 4分

故抛物线  $C$  的标准方程为  $x^2 = y$ . ..... 5分

(2) 证明: 设  $A(x_1, x_1^2), B(x_2, x_2^2)$ , 直线  $l$  的方程为  $y = kx + m$ ,

$$\text{则 } k_{PA} = \frac{x_1^2 - 1}{x_1 - 1} = x_1 + 1, k_{PB} = \frac{x_2^2 - 1}{x_2 - 1} = x_2 + 1, \text{ ..... 7分}$$

因为  $PA \perp PB$ , 所以  $(x_1 + 1)(x_2 + 1) = -1$ , 即  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 + 2 = 0$ , ..... 8分

将直线  $l$  的方程与抛物线方程联立可得  $x^2 - kx - m = 0$ ,

则  $x_1 + x_2 = k, x_1 x_2 = -m$ . ..... 9分

所以  $k - m + 2 = 0$ , ..... 10分

直线  $l$  的方程为  $y = kx + k + 2 = k(x + 1) + 2$ , 则直线  $l$  过定点  $(-1, 2)$ . ..... 12分

21. 解: (1) 频率分布表如下:

所用的时间(单位:天)	10	11	12	13
甲生产线的频率	0.2	0.4	0.2	0.2
乙生产线的频率	0.1	0.4	0.4	0.1

设事件  $A_1, A_2$  分别表示订单  $A$  选择甲、乙生产线在约定时间交货; 事件  $B_1, B_2$  分别表示订单  $B$  选择甲、乙生产线在约定时间交货.

$$P(A_1) = 0.2 + 0.4 = 0.6, \text{ ..... 1分}$$

$$P(A_2) = 0.1 + 0.4 = 0.5, \text{ ..... 2分}$$

· GD ·

$P(H_1) = 0.2 + 0.4 + 0.2 = 0.8$ , ..... 3分

$P(H_2) = 0.1 + 0.4 + 0.4 = 0.9$ , ..... 4分

所以订单 A 选择甲生产线, 订单 B 选择乙生产线. .... 5分

(2) 设  $x_1$  表示订单 A 实际交货时间超过约定时间的天数,  $x_2$  表示订单 B 实际交货时间超过约定时间的天数,  $x_1, x_2$  的分布列分别如下:

$x_1$	0	1	2
$P$	0.6	0.2	0.2

$x_2$	0	1
$P$	0.9	0.1

..... 7分

设  $X = x_1 + x_2$ , 则  $X$  的分布列如下:

$X = x_1 + x_2$	0	1	2	3
$P$	0.54	0.24	0.2	0.02

$EX = 0 \times 0.54 + 1 \times 0.24 + 2 \times 0.2 + 3 \times 0.02 = 0.7$ , ..... 9分

所以  $E\xi = 3 + 2 + 0.5EX = 5.35$ (万元), ..... 11分

所以订单 A, B 的总成本  $\xi$  的期望值为 5.35 万元. .... 12分

22. 解: (1)  $f'(x) = me^x(x+2) - 2x - 4 = (x+2)(me^x - 2)$ , ..... 1分

若  $m \leq 0$ , 则  $me^x - 2 < 0$ . 当  $x \in (-\infty, -2)$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x \in (-2, +\infty)$  时,  $f'(x) < 0$ . 所以  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  上单调递增, 在  $(-2, +\infty)$  上单调递减. .... 2分

若  $m > 0$ , 令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x_1 = -2, x_2 = \ln \frac{2}{m}$ .

当  $0 < m < 2e^2$  时,  $x_2 > x_1$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  和  $(\ln \frac{2}{m}, +\infty)$  上单调递增, 在  $(-2, \ln \frac{2}{m})$  上单调递减.

..... 3分

当  $m = 2e^2$  时,  $x_2 = x_1$ , 则  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上单调递增. .... 4分

当  $m > 2e^2$  时,  $x_2 < x_1$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln \frac{2}{m})$  和  $(-2, +\infty)$  上单调递增, 在  $(\ln \frac{2}{m}, -2)$  上单调递减. ....

..... 5分

(2) 由题可得  $f(0) \geq 0$ , 即  $m \geq 2$ . ..... 6分

① 若  $2 \leq m < 2e^2$ ,  $f(x)$  在  $[-2, +\infty)$  的最小值为  $f(x_2)$ .

而  $f(x_2) = 2x_2 + 2 - x_2^2 - 4x_2 - 2 = -x_2(x_2 + 2) \geq 0$ .

所以当  $x \geq -2$  时,  $f(x) \geq 0$  恒成立. .... 8分

② 若  $m = 2e^2$ ,  $f(x)$  在  $[-2, +\infty)$  单调递增.

而  $f(-2) = 0$ , 所以当  $x \geq -2$  时,  $f(x) \geq 0$  恒成立. .... 9分

③ 若  $m > 2e^2$ , 则  $f(-2) = -me^{-2} + 2 = -e^{-2}(m - 2e^2) < 0$ .

所以当  $x \geq -2$  时,  $f(x) \geq 0$  不可能恒成立. .... 11分

.....

$P(B_1) = 0.2 + 0.4 + 0.2 = 0.8$ , ..... 3分

$P(B_2) = 0.1 + 0.4 + 0.4 = 0.9$ , ..... 4分

所以订单 A 选择甲生产线, 订单 B 选择乙生产线, ..... 5分

(2) 设  $x_1$  表示订单 A 实际交货时间超过约定时间的天数,  $x_2$  表示订单 B 实际交货时间超过约定时间的天数,  $x_1, x_2$  的分布列分别如下:

$x_1$	0	1	2
$P$	0.6	0.2	0.2

$x_2$	0	1
$P$	0.9	0.1

..... 7分

设  $X = x_1 + x_2$ , 则  $X$  的分布列如下:

$X = x_1 + x_2$	0	1	2	3
$P$	0.54	0.24	0.2	0.02

$EX = 0 \times 0.54 + 1 \times 0.24 + 2 \times 0.2 + 3 \times 0.02 = 0.7$ , ..... 9分

所以  $E\xi = 3 + 2 + 0.5EX = 5.35$  (万元), ..... 11分

所以订单 A, B 的总成本  $\xi$  的期望值为 5.35 万元. .... 12分

22. 解: (1)  $f'(x) = me^x(x+2) - 2x - 4 = (x+2)(me^x - 2)$ , ..... 1分

若  $m \leq 0$ , 则  $me^x - 2 < 0$ . 当  $x \in (-\infty, -2)$  时,  $f'(x) > 0$ ; 当  $x \in (-2, +\infty)$  时,  $f'(x) < 0$ . 所以  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  上单调递增, 在  $(-2, +\infty)$  上单调递减. .... 2分

若  $m > 0$ , 令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x_1 = -2, x_2 = \ln \frac{2}{m}$ .

当  $0 < m < 2e^2$  时,  $x_2 > x_1$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, -2)$  和  $(\ln \frac{2}{m}, +\infty)$  上单调递增, 在  $(-2, \ln \frac{2}{m})$  上单调递减.

..... 3分

当  $m = 2e^2$  时,  $x_2 = x_1$ , 则  $f(x)$  在其上单调递增. .... 4分

当  $m > 2e^2$  时,  $x_2 < x_1$ , 则  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln \frac{2}{m})$  和  $(-2, +\infty)$  上单调递增, 在  $(\ln \frac{2}{m}, -2)$  上单调递减. ....

..... 5分

(2) 由题可得  $f(0) \geq 0$ , 即  $m \geq 2$ . .... 6分

① 若  $2 \leq m < 2e^2$ ,  $f(x)$  在  $[-2, +\infty)$  的最小值为  $f(x_2)$ .

而  $f(x_2) = 2x_2 + 2 - x_2^2 - 4x_2 - 2 = -x_2(x_2 + 2) \geq 0$ .

所以当  $x \geq -2$  时,  $f(x) \geq 0$  恒成立. .... 8分

② 若  $m = 2e^2$ ,  $f(x)$  在  $[-2, +\infty)$  单调递增.

而  $f(-2) = 0$ , 所以当  $x \geq -2$  时,  $f(x) \geq 0$  恒成立. .... 9分

③ 若  $m > 2e^2$ , 则  $f(-2) = -me^{-2} + 2 = -e^{-2}(m - 2e^2) < 0$ .

所以当  $x \geq -2$  时,  $f(x) \geq 0$  不可能恒成立. .... 11分

综上所述,  $m$  的取值范围为  $[2, 2e^2]$ . .... 12分

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料:

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》