

2024 届高三数学试题(理科)

考生注意:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,共 150 分。考试时间 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。
3. 本试卷主要考试内容:小题按照必修 1,必修 4,必修 5,选修 2-1 第一章,选修 2-2 第一章出题,大题按照高考范围出题。

第 I 卷

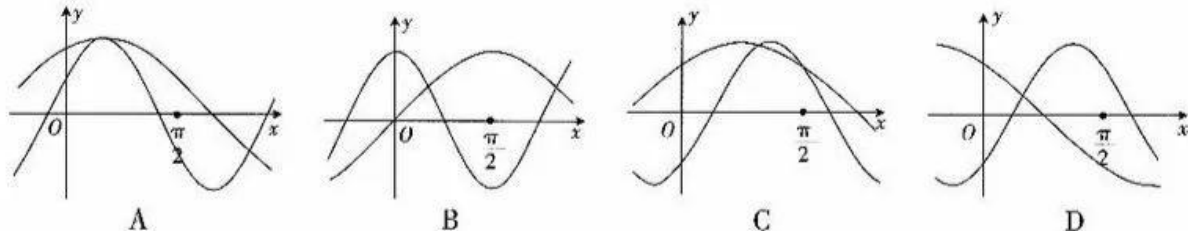
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x | x < 2\}$, $B = \{x | (x-1)^2 < 4\}$, 则 $A \cup B =$
 - A. $\{x | x < 2\}$
 - B. $\{x | -1 < x < 2\}$
 - C. $\{x | x < 3\}$
 - D. $\{x | -1 < x < 3\}$
2. 已知向量 $\vec{AB} = (m+3, 2m+1)$, $\vec{CD} = (m-3, -5)$, 则“ $|m|=2$ ”是“ $\vec{AB} \perp \vec{CD}$ ”的
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
3. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y+1 \geq 0, \\ x-y \leq 0, \\ x-3 \geq 0, \end{cases}$ 则 $z = x - y$ 的最小值为
 - A. -6
 - B. -4
 - C. -2
 - D. 2
4. 若 $\tan(\alpha - \beta) = 2$, $\tan \beta = 4$, 则 $\frac{7 \sin \alpha - \cos \alpha}{7 \sin \alpha + \cos \alpha} =$
 - A. $-\frac{7}{5}$
 - B. $\frac{7}{5}$
 - C. $-\frac{5}{7}$
 - D. $\frac{5}{7}$
5. 若曲线 $y = \frac{x^4 - x^3}{x-1}$ 在 $x = m$ 处的切线的斜率为 3, 则该切线在 x 轴上的截距为
 - A. $-\frac{2}{3}$
 - B. 2
 - C. ± 2
 - D. $\pm \frac{2}{3}$
6. 已知 $f(x-5)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且当 $x \geq m$ 时, $f(x)$ 单调递增, 要确保 $f(x)$ 的零点唯一, 则 m 的值可以为
 - A. -4
 - B. 0
 - C. -5
 - D. 5
7. 定义矩阵运算 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax+by \\ cx+dy \end{pmatrix}$, 则 $\begin{pmatrix} \lg 2^{\frac{1}{4}} & \lg 25 \\ \lg 5 & \lg 256 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8^{\frac{3}{4}} \\ 2^{-1} \end{pmatrix} =$
 - A. $\begin{pmatrix} \lg 20 \\ 4 \end{pmatrix}$
 - B. $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$
 - C. $\begin{pmatrix} \lg 20 \\ 2 \lg 50 \end{pmatrix}$
 - D. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \lg 50 \end{pmatrix}$

8. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$, $|\overrightarrow{AD}|=3$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 若 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AD}=10$, 则 $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AD}=\quad$

- A. 12 B. 10 C. 6 D. 5

9. 在同一直角坐标系 xOy 中, 函数 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$ 与 $g(x)=2\cos(x-\varphi)$ 的部分图象不可能为



10. 某公司计划在 10 年内每年某产品的销售额(单位:万元)等于上一年的 1.2 倍再减去 2. 已知第一年(2022 年)该公司该产品的销售额为 100 万元, 则按照计划该公司从 2022 年到 2031 年该产品的销售总额约为(参考数据: $1.2^{10} \approx 6.19$)

- A. 2135.5 万元 B. 2235.5 万元 C. 2335.5 万元 D. 2435.5 万元

11. 已知 $a+\log_2 a=4, b+\log_3 b=c+\log_4 c=3$, 则

- A. $a+c > b$ B. $a > b+c$ C. $b > c+a$ D. $c > a+b$

12. 若 $\cos \frac{\pi}{5}$ 是关于 x 的方程 $ax^2+bx-1=0$ (a, b 均为正整数) 的一个实根, 则 $a+b$

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

第 II 卷

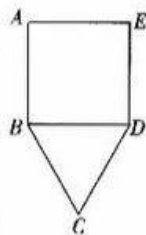
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 命题“若 $a+b=2$, 则 a, b 不都小于 1”的逆否命题为 \blacktriangle .

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=0, a_2=2$, 若 $a_{2n-1}, a_{2n}, a_{2n+1}$ 成等差数列, $a_{2n}, a_{2n+1}, a_{2n+2}$ 成等比数列, 则 $a_n = \quad \blacktriangle$.

15. 将曲线 $y=\sin 4x$ 向左平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度, 得到曲线 $y=f(x)$. 已知曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=\cos(x+\frac{11\pi}{12})$ 都关于直线 $x=m$ ($-\pi < m < 2\pi$) 对称, 写出一个符合条件的 m 的值: \blacktriangle .

16. 如图, 已知平面五边形 $ABCDE$ 的周长为 12, 若四边形 $ABDE$ 为正方形, 且 $BC=CD$, 则当 $\triangle BCD$ 的面积取得最大值时, $AB = \quad \blacktriangle$.



三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22, 23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分)

某工厂的工人生产内径为 28.50 mm 的一种零件, 为了了解零件的生产质量, 在某次抽检中, 从该厂的 1000 个零件中抽出 60 个, 测得其内径尺寸(单位: mm)如下:

- 28.51 \times 13 28.52 \times 6 28.50 \times 4 28.48 \times 11
28.49 \times p 28.54 \times 1 28.53 \times 7 28.47 \times q

这里用 $x \times n$ 表示有 n 个尺寸为 x mm 的零件, p, q 均为正整数. 若从这 60 个零件中随机抽取 1 个, 则这个零件的内径尺寸小于 28.49 mm 的概率为 $\frac{4}{15}$.

(1) 求 p, q 的值.

(2) 已知这 60 个零件内径尺寸的平均数为 \bar{x} mm, 标准差为 s mm, 且 $s=0.02$, 在某次抽检中, 若抽取的零件中至少有 80% 的零件内径尺寸在 $[\bar{x}-s, \bar{x}+s]$ 内, 则称本次抽检的零件合格. 试问这次抽检的零件是否合格? 说明你的理由.

18. (12 分)

a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, 已知 $a \sin(A-B) = (c-b) \sin A$.

(1) 求 A ;

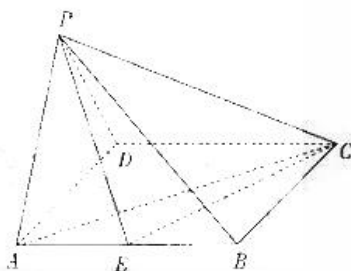
(2) 若 D 在线段 BC 上, $\angle ADC = \frac{\pi}{3}$, $AD=3$, 且 $\triangle ABC$ 的面积 $S=3\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\triangle PAD$ 是正三角形, $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, E 是 AB 的中点.

(1) 证明: $AC \perp PE$.

(2) 求二面角 $A-CE-P$ 的余弦值.



20. (12 分)

以坐标原点为对称中心, 坐标轴为对称轴的椭圆过点 $C(0, -1), D(-\frac{8}{5}, -\frac{3}{5})$.

(1) 求椭圆的方程.

(2) 设 P 是椭圆上一点(异于 C, D), 直线 PC, PD 与 x 轴分别交于 M, N 两点. 证明在 x 轴上存在两点 A, B , 使得 $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{NA}$ 是定值, 并求此定值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = 2a \ln x - x + \frac{1}{x}$.

(1) 若 $\forall x \in [1, +\infty)$, $f(x) \leq 0$, 求 a 的取值范围;

(2) 证明: $\forall n \in \mathbf{N}_+$, $3n + 6(n+1) \sum_{i=1}^n \ln[i(i-1)] < n(n+1)^2(n+2)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生从第 22, 23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一个题目计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的方程为 $y+1=0$, 直线 l_2 的方程为 $x+4=0$. 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 圆 M 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta - 11 = 0$, 点 C 的极坐标为 $(4\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4})$.

(1) 求点 C 的直角坐标与圆 M 的直角坐标方程(化为标准方程);

(2) 若 P 为曲线 M 上任意一点, 过点 P 作直线 l_1 的垂线, 垂足为 A , 过点 P 作直线 l_2 的垂线, 垂足为 B , 求矩形 $PACB$ 周长的最大值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10分)

已知 $a+2b+3c=4$.

(1) 若 a, b, c 均为正数, 证明: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} \geq 9$.

(2) 若 a, b, c 均为实数, 求 $|\frac{1}{2}a+b| + |c|$ 的最小值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

