

2024 年广州市初中学业水平考试

数学

试卷共 8 页，25 小题，满分 120 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡第 1 面、第 3 面、第 5 面上用黑色字迹的圆珠笔或钢笔填写自己的考生号、姓名；将自己的条形码粘贴在答题卡的“条形码粘贴处”。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题答案必须用黑色字迹的圆珠笔或钢笔写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上，涉及作图的题目，用 2B 铅笔画图；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案，改动后的答案也不能超出指定的区域；不准使用铅笔（作图除外）、涂改液和修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

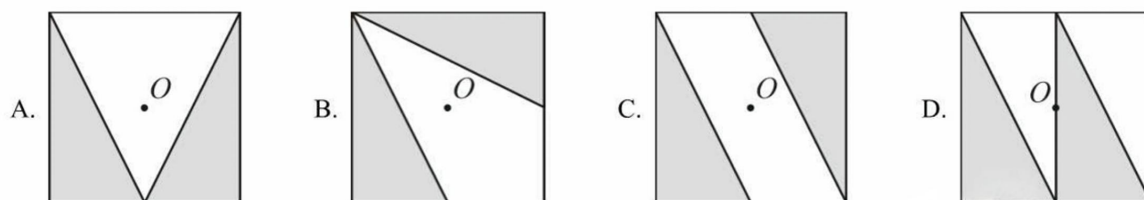
第一部分 选择题（共 30 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. 四个数 -10 ， -1 ， 0 ， 10 中，最小的数是（ ）

- A. -10 B. -1 C. 0 D. 10

2. 下列图案中，点 O 为正方形的中心，阴影部分的两个三角形全等，则阴影部分的两个三角形关于点 O 对称的是（ ）



3. 若 $a \neq 0$ ，则下列运算正确的是（ ）

- A. $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} = \frac{a}{5}$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$

C. $\frac{2}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{5}{a}$

D. $a^3 \div a^2 = 1$

4. 若 $a < b$, 则 ()

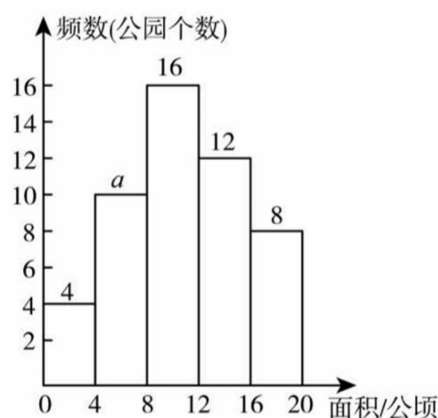
A. $a+3 > b+3$

B. $a-2 > b-2$

C. $-a < -b$

D. $2a < 2b$

5. 为了解公园用地面积 x (单位: 公顷) 的基本情况, 某地随机调查了本地 50 个公园的用地面积, 按照 $0 < x \leq 4$, $4 < x \leq 8$, $8 < x \leq 12$, $12 < x \leq 16$, $16 < x \leq 20$ 的分组绘制了如图所示的频数分布直方图, 下列说法正确的是 ()



A. a 的值为 20

B. 用地面积在 $8 < x \leq 12$ 这一组的公园个数最多

C. 用地面积在 $4 < x \leq 8$ 这一组的公园个数最少

D. 这 50 个公园中有一半以上的公园用地面积超过 12 公顷

6. 某新能源车企今年 5 月交付新车 35060 辆, 且今年 5 月交付新车的数量比去年 5 月交付的新车数量的 1.2 倍还多 1100 辆. 设该车企去年 5 月交付新车 x 辆, 根据题意, 可列方程为 ()

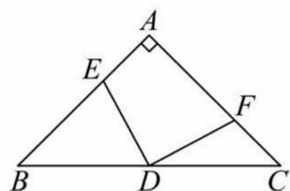
A. $1.2x + 1100 = 35060$

B. $1.2x - 1100 = 35060$

C. $1.2(x + 1100) = 35060$

D. $x - 1100 = 35060 \times 1.2$

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC = 6$, D 为边 BC 的中点, 点 E , F 分别在边 AB , AC 上, $AE = CF$, 则四边形 $AEDF$ 的面积为 ()



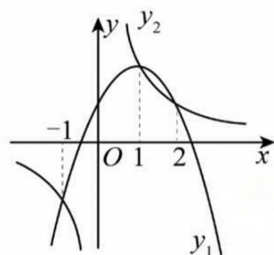
A. 18

B. $9\sqrt{2}$

C. 9

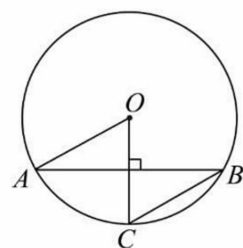
D. $6\sqrt{2}$

8. 函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示, 当 () 时, y_1, y_2 均随着 x 的增大而减小.



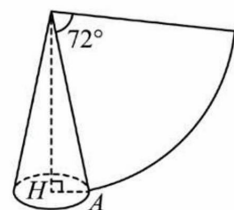
- A. $x < -1$ B. $-1 < x < 0$ C. $0 < x < 2$ D. $x > 1$

9. 如图, $\odot O$ 中, 弦 AB 的长为 $4\sqrt{3}$, 点 C 在 $\odot O$ 上, $OC \perp AB$, $\angle ABC = 30^\circ$. $\odot O$ 所在的平面内有一点 P , 若 $OP = 5$, 则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()



- A. 点 P 在 $\odot O$ 上 B. 点 P 在 $\odot O$ 内 C. 点 P 在 $\odot O$ 外 D. 无法确定

10. 如图, 圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 72° 的扇形, 若扇形的半径 l 是 5, 则该圆锥的体积是 ()

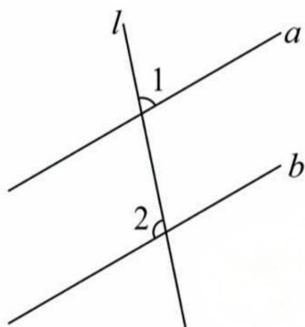


- A. $\frac{3\sqrt{11}}{8}\pi$ B. $\frac{\sqrt{11}}{8}\pi$ C. $2\sqrt{6}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

第二部分 非选择题 (共 90 分)

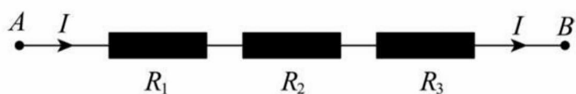
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. 如图, 直线 l 分别与直线 a, b 相交, $a \parallel b$, 若 $\angle 1 = 71^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为_____.

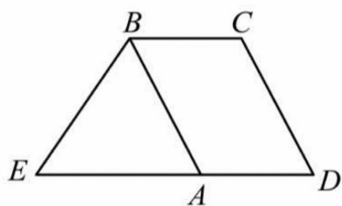


12. 如图，把 R_1 ， R_2 ， R_3 三个电阻串联起来，线路 AB 上的电流为 I ，电压为 U ，则

$U = IR_1 + IR_2 + IR_3$ 。当 $R_1 = 20.3$ ， $R_2 = 31.9$ ， $R_3 = 47.8$ ， $I = 2.2$ 时， U 的值为_____。



13. 如图， $\nabla ABCD$ 中， $BC = 2$ ，点 E 在 DA 的延长线上， $BE = 3$ ，若 BA 平分 $\angle EBC$ ，则 $DE =$ _____。

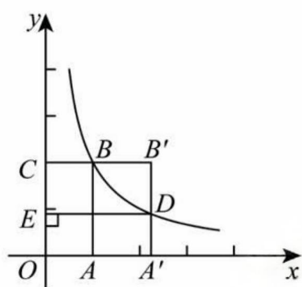


14. 若 $a^2 - 2a - 5 = 0$ ，则 $2a^2 - 4a + 1 =$ _____。

15. 定义新运算： $a \otimes b = \begin{cases} a^2 - b & (a \leq 0) \\ -a + b & (a > 0) \end{cases}$ 例如： $-2 \otimes 4 = (-2)^2 - 4 = 0$ ， $2 \otimes 3 = -2 + 3 = 1$ 。若

$x \otimes 1 = -\frac{3}{4}$ ，则 x 的值为_____。

16. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $OABC$ 的顶点 B 在函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上， $A(1, 0)$ ， $C(0, 2)$ 。将线段 AB 沿 x 轴正方向平移得线段 $A'B'$ （点 A 平移后的对应点为 A' ）， $A'B'$ 交函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 D ，过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E ，则下列结论：



- ① $k = 2$;
- ② $VOBD$ 的面积等于四边形 $ABDA'$ 的面积;
- ③ $A'E$ 的最小值是 $\sqrt{2}$;
- ④ $\angle B'BD = \angle BB'O$.

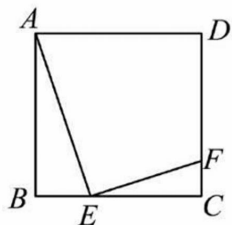
其中正确的结论有_____. (填写所有正确结论的序号)

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

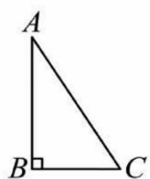
17. 解方程: $\frac{1}{2x-5} = \frac{3}{x}$.

18. 如图, 点 E , F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 BC , CD 上, $BE = 3$, $EC = 6$, $CF = 2$. 求证:

$\triangle ABE \sim \triangle ECF$.



19. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$.



- (1) 尺规作图: 作 AC 边上的中线 BO (保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 在 (1) 所作的图中, 将中线 BO 绕点 O 逆时针旋转 180° 得到 DO , 连接 AD , CD . 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.

20. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 4 - m = 0$ 有两个不等的实数根.

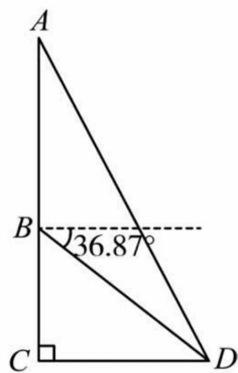
- (1) 求 m 的取值范围;
- (2) 化简: $\frac{1-m^2}{|m-3|} \div \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-3}{m+1}$.

21. 善于提问是应用人工智能解决问题的重要因素之一. 为了解同学们的提问水平, 对 A , B 两组同学进行问卷调查, 并根据结果对每名同学的提问水平进行评分, 得分情况如下 (单位: 分):

A 组	75	78	82	82	84	86	87	88	93	95
B 组	75	77	80	83	85	86	88	88	92	96

- (1) 求 A 组同学得分的中位数和众数；
- (2) 现从 A、B 两组得分超过 90 分的 4 名同学中随机抽取 2 名同学参与访谈，求这 2 名同学恰好来自同一组的概率。

22. 2024 年 6 月 2 日，嫦娥六号着陆器和上升器组合体（简称为“着上组合体”）成功着陆在月球背面。某校综合实践小组制作了一个“着上组合体”的模拟装置，在一次试验中，如图，该模拟装置在缓速下降阶段从 A 点垂直下降到 B 点，再垂直下降到着陆点 C，从 B 点测得地面 D 点的俯角为 36.87° ， $AD = 17$ 米， $BD = 10$ 米。



- (1) 求 CD 的长；
- (2) 若模拟装置从 A 点以每秒 2 米的速度匀速下降到 B 点，求模拟装置从 A 点下降到 B 点的时间。（参考数据： $\sin 36.87^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 36.87^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 36.87^\circ \approx 0.75$ ）

23. 一个人的脚印信息往往对应着这个人某些方面的基本特征。某数学兴趣小组收集了大量不同人群的身高和脚长数据，通过对数据的整理和分析，发现身高 y 和脚长 x 之间近似存在一个函数关系，部分数据如下表：

脚长 $x(\text{cm})$	...	23	24	25	26	27	28	...
身高 $y(\text{cm})$	...	156	163	170	177	184	191	...

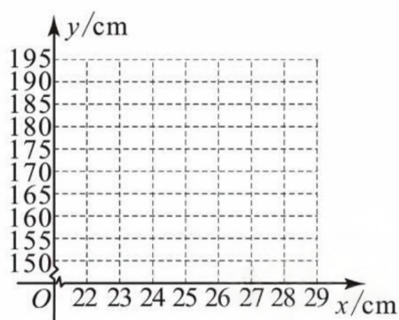


图1

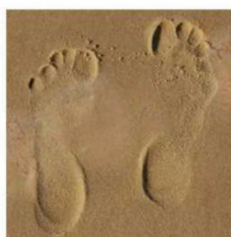


图2

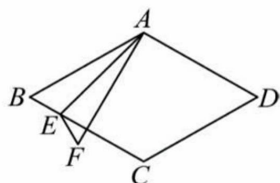
(1) 在图1中描出表中数据对应的点 (x, y) ;

(2) 根据表中数据, 从 $y = ax + b (a \neq 0)$ 和 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中选择一个函数模型, 使它能近似地反映身高

和脚长的函数关系, 并求出这个函数的解析式 (不要求写出 x 的取值范围);

(3) 如图2, 某场所发现了一个人的脚印, 脚长约为 25.8cm , 请根据(2)中求出的函数解析式, 估计这个人的身高.

24. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle C = 120^\circ$. 点 E 在射线 BC 上运动 (不与点 B , 点 C 重合), $\triangle AEB$ 关于 AE 的轴对称图形为 $\triangle AEF$.



(1) 当 $\angle BAF = 30^\circ$ 时, 试判断线段 AF 和线段 AD 的数量和位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $AB = 6 + 6\sqrt{3}$, $\odot O$ 为 $\triangle AEF$ 的外接圆, 设 $\odot O$ 的半径为 r .

①求 r 的取值范围;

②连接 FD , 直线 FD 能否与 $\odot O$ 相切? 如果能, 求 BE 的长度; 如果不能, 请说明理由.

25. 已知抛物线 $G: y = ax^2 - 6ax - a^3 + 2a^2 + 1 (a > 0)$ 过点 $A(x_1, 2)$ 和点 $B(x_2, 2)$, 直线 $l: y = m^2x + n$

过点 $C(3, 1)$, 交线段 AB 于点 D , 记 $\triangle CDA$ 的周长为 C_1 , $\triangle CDB$ 的周长为 C_2 , 且 $C_1 = C_2 + 2$.

(1) 求抛物线 G 的对称轴;

(2) 求 m 的值;

(3) 直线 l 绕点 C 以每秒 3° 的速度顺时针旋转 t 秒后 ($0 \leq t < 45$) 得到直线 l' , 当 $l' \parallel AB$ 时, 直线 l' 交抛物线 G 于 E, F 两点.

①求 t 的值;

②设 $\triangle AEF$ 的面积为 S , 若对于任意的 $a > 0$, 均有 $S \geq k$ 成立, 求 k 的最大值及此时抛物线 G 的解析